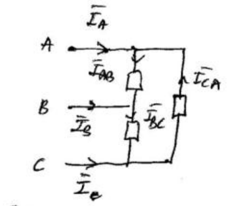
Propiedades de sistemas trifásicos equilibrados (STE)

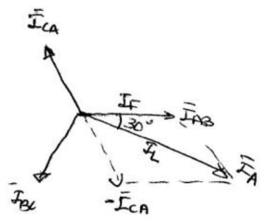
I.- En Y, si las tensiones de fase son equilibradas, entonces las de línea también lo son y de la misma secuencia.

$\bar{U}_{AB} = \sqrt{3}\,\bar{U}_A \angle 30^\circ \quad \bar{U}_{BC} = \sqrt{3}\,\bar{U}_B \angle 30^\circ \quad \bar{U}_{CA} = \sqrt{3}\,\bar{U}_C \angle 30^\circ \quad (ABC)$

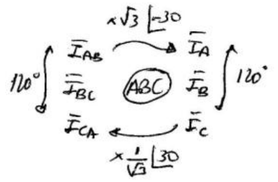
II.- En Δ, si las intensidades de fase son equilibradas, entonces las de línea también lo son y de la misma secuencia.



1ª LK
$$\left.\begin{aligned} \bar{I}_A &= \bar{I}_{AB} - \bar{I}_{CA} \\ \bar{I}_B &= \bar{I}_{BC} - \bar{I}_{AB} \\ \bar{I}_C &= \bar{I}_{CA} - \bar{I}_{BC} \end{aligned}\right\}$$



(Recordar que ABC ⇒ RST)



Ejemplo:

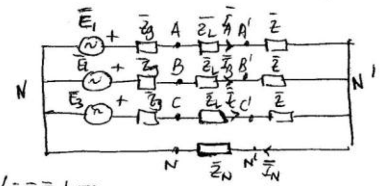
En secuencia directa, $\bar{I}_B = 10\angle 30^\circ$; calcular $\bar{I}_{AB}$

$\bar{I}_B = 10\angle 30^\circ \longrightarrow \bar{I}_{BC} = \frac{10}{\sqrt{3}}\angle 60^\circ \longrightarrow \bar{I}_{AB} = \frac{10}{\sqrt{3}}\angle 60^\circ + 120^\circ$

$\longrightarrow \bar{I}_A = 10\angle 30 + 120^\circ \longrightarrow \bar{I}_{AB} = \frac{10}{\sqrt{3}}\angle 30 + 120 + 30^\circ$

III.- Si la fuente es equilibrada, la línea es equilibrada y la carga es equilibrada, entonces las intensidades son equilibradas y de la misma secuencia que las fems de la fuente.

Veamos el caso Y-Y con hilo Neutro:



$\{\bar{E}_1 \bar{E}_2 \bar{E}_3\}$ EQ
(directa o inversa)

Tª de Millman

$$\bar{U}_{N'N} = \frac{\frac{\bar{E}_1}{\bar{Z}_g + \bar{Z}_L + \bar{Z}} + \frac{\bar{E}_2}{\bar{Z}_g + \bar{Z}_L + \bar{Z}} + \frac{\bar{E}_3}{\bar{Z}_g + \bar{Z}_L + \bar{Z}} + \frac{0}{\bar{Z}_N}}{\frac{3}{\bar{Z}_g + \bar{Z}_L + \bar{Z}} + \frac{1}{\bar{Z}_N}} \qquad \forall \bar{Z}_N$$

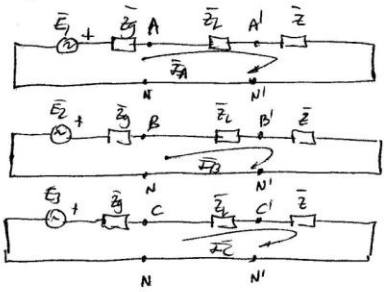
$$\bar{U}_{N'N} = \frac{\overset{0}{\cancel{(\bar{E}_1 + \bar{E}_2 + \bar{E}_3)}}\ \frac{1}{(\bar{Z}_g + \bar{Z}_L + \bar{Z})}}{\frac{3}{\bar{Z}_g + \bar{Z}_L + \bar{Z}} + \frac{1}{\bar{Z}_N}} = 0$$

ya que tres vectores equilibrados (giratorios), suman cero. ⇒

Como $\bar{U}_{N'N} = 0 \rightarrow N' \equiv N$ (los neutros están al mismo potencial)

$\rightarrow \bar{I}_N = \dfrac{\bar{U}_{N'N}}{\bar{Z}_N} = 0$ (por el neutro, si existe) no hay intensidad.

Luego en realidad nuestro sistema trifásico equivale a tres monofásicos:



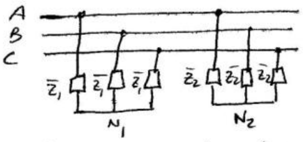
fase A $\quad \bar{I}_A = \dfrac{\bar{E}_1}{\bar{Z}_g + \bar{Z}_L + \bar{Z}}$

fase B $\quad \bar{I}_B = \dfrac{\bar{E}_2}{\bar{Z}_g + \bar{Z}_L + \bar{Z}}$

fase C $\quad \bar{I}_C = \dfrac{\bar{E}_3}{\bar{Z}_g + \bar{Z}_L + \bar{Z}}$

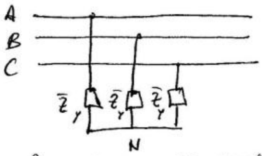
$\{\bar{I}_A \bar{I}_B \bar{I}_C\}$ son EQ y de la misma secuencia que $\{\bar{E}_1 \bar{E}_2 \bar{E}_3\}$

IV.– Todas las Y sin hilo neutro, conectadas a las mismas tensiones de línea equilibradas, tienen su neutro al mismo potencial, es decir, tienen iguales tensiones de fase.



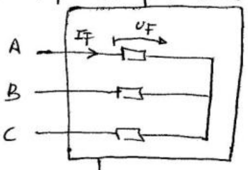
$N_1 \equiv N_2$

Esto permite, por ejemplo, juntar dos estrellas equilibradas en una, ya que las fases del mismo nombre quedan conectadas en paralelo:



$\bar{Z}_Y = \dfrac{\bar{Z}_1 \bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2}$ (paralelo)

V.– Las potencias de los STE se pueden calcular por fase y luego multiplicar por tres:



$P_F = U_F I_F \cos(\varphi_{U_F} - \varphi_{I_F}) = U_F I_F \cos\varphi$

$Q_F = U_F I_F \operatorname{sen}\varphi$

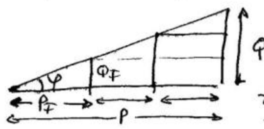
$S_F = U_F I_F$

$\cos\varphi = fdp$

$\rightarrow$ la potencia trifásica será $\quad P = 3P_F = 3U_F I_F \cos\varphi$

$Q = 3Q_F = 3U_F I_F \operatorname{sen}\varphi$

$S = 3S_F = 3U_F I_F$



triángulos semejantes $\Rightarrow$ se puede hablar de fdp del conjunto. $\rightarrow$

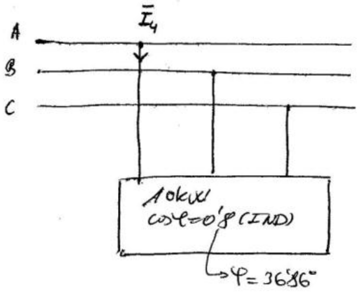
Como en $\boxed{Y \quad U_L=\sqrt{3}\,U_F \quad I_L=I_F}$ y en $\boxed{\Delta \quad U_L=U_F \quad I_L=\sqrt{3}\,I_F}$

$$P=3U_F I_F\cos\varphi=\sqrt{3}\,U_L I_L\cos\varphi$$
$$Q=3U_F I_F\sin\varphi=\sqrt{3}\,U_L I_L\sin\varphi$$
$$S=3U_F I_F=\sqrt{3}\,U_L I_L$$

Se pueden expresar las potencias trifásicas con datos de fase o de línea.

Recordar que $\varphi=\varphi_{U_F}-\varphi_{I_F}$ y no es de línea, es de fase.

Ejemplo: $\bar U_{AB}=220\sqrt{3}\angle 30$ $\quad \bar U_A=220\angle 0$ $\quad$ (ABC)

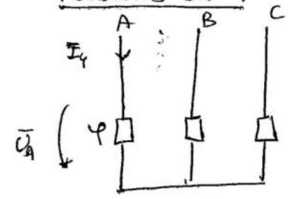


La carga se da así ya que al ser equilibrada, dentro hay tres $\bar Z$ iguales, y del mismo ángulo al que da el fdp.

$$P=\sqrt{3}\,U_L I_L\cos\varphi \to I_L=\frac{10\cdot 10^3}{\sqrt{3}(220\sqrt{3})\,0'8}=19A$$

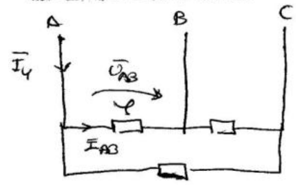
luego $I_4=19A$, pero falta la fase

Pensemos en Y



$$\bar I_4=\frac{\bar U_A}{\bar Z}=19\angle \varphi_{U_A}-\varphi=19\angle 0-36'86=19\angle -36'86 \text{ A}$$

Pensemos en Δ



$$\bar I_{AB}=\frac{\bar U_{AB}}{\bar Z}=I_F\angle \varphi_{U_{AB}}-\varphi=I_F\angle 30-36'86$$

→ propiedad II

→ $\bar I_4=\sqrt{3}\,\bar I_{AB}\angle -30=19\angle -36'86$ A

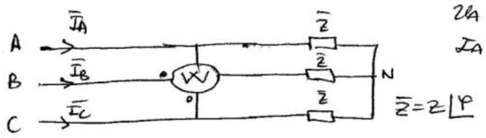
Como vemos da igual pensar en Y o Δ para obtener datos de línea. Esto no es nuevo, ya que el T^{ma} de Rosen dice esto.

→

MEDIDA DE POTENCIA EN STE

I.- Medida de Reactiva utilizando un solo vatímetro.

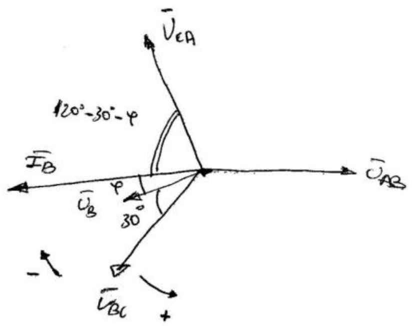
$U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_L$
$U_A = U_B = U_C = U_F$ ya que el STE
$I_A = I_B = I_C = I_L = I_F$



$$W = U_{CA}\, I_B \cos(\widehat{\bar{U}_{CA}\,\bar{I}_B})$$

$$\bar{U}_B = \frac{\bar{U}_{BC}}{\sqrt{3}}\angle{-30} \quad (\text{Propiedad I})$$

$$\bar{I}_B = \frac{\bar{U}_B}{\bar{Z}} = I_B \angle{-30-\varphi}$$

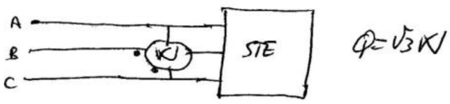


luego $W = U_L\, I_L \cos(90-\varphi) = U_L\, I_L \operatorname{sen}\varphi = \frac{Q}{\sqrt{3}}$

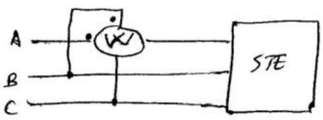
luego $\boxed{Q = \sqrt{3}\,W}$

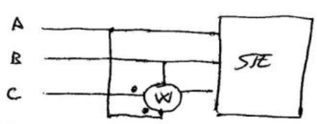
Con la medida del vatímetro, multiplicándola por $\sqrt{3}$ obtenemos la reactiva de la Y.

Darse cuenta que, como la lectura es desde fuera de la carga el resultado también vale para Δ.



También hay que destacar que esta no es la única forma de conexión:

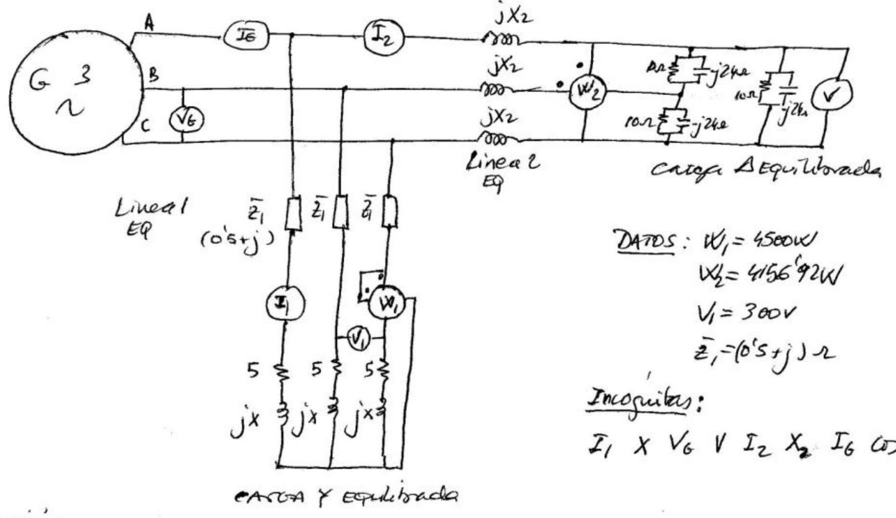




$Q = \sqrt{3}\,W$

Si cambiamos un punto de lugar ⟶ $Q = -\sqrt{3}\,W$

Ejemplo: El generador trifásico es ideal, equilibrado y de secuencia ABC.



DATOS: $W_1 = 4500W$

$W_2 = 4156'92W$

$V_1 = 300V$

$\bar{z}_1 = (0'5+j)\,\Omega$

Incógnitas:

I_1 X V_G V I_2 X_2 I_G $\cos\varphi_G$

Solución:

- $W_1 = 4500 = 5 I_1^2 \longrightarrow \boxed{I_1 = 30A}$
- $\frac{V_1}{\sqrt{3}} = \sqrt{5^2+x^2}\, I_1 \longrightarrow \boxed{X = 2'88\Omega}$
- $P_Y = 3 \cdot 4500 + 3 \cdot 0'5 \cdot I_1^2 = 14850W$
  $Q_Y = 3 \cdot 2'88 \cdot I_1^2 + 3 \cdot 1\, I_1^2 = 10476VAr$ (Boucherot)
  $\Big\}\ S_Y = \sqrt{P_Y^2+Q_Y^2} = 18173'70VA = \sqrt{3} V_G \cdot I_1 \to \boxed{V_G = 349'74V}$ (incluye la línea $\bar{z}_1$)
- Fíjate que W_2 se ha conectado con un punto cambiado $\Rightarrow Q = -\sqrt{3}W = -\sqrt{3} \cdot 4156'92VAr$ y era Q la "consume" los tres condensadores: $Q_C = -4156'92\sqrt{3} = -\frac{3V^2}{24}$ $\boxed{V = 240V}$
- $P_\Delta = 3 \cdot \frac{V^2}{10} = 17280W$
  $Q_\Delta = -7200VAr$
  $\Big\}\ S_\Delta = \sqrt{P_\Delta^2+Q_\Delta^2} = 18720 = \sqrt{3} \cdot V I_2 \to \boxed{I_2 = 45A}$
- T^ma de Boucherot $\Rightarrow$ $P_2 = P_\Delta + \cancel{P_{X_2}}^{\,0} = 17280W$
  $Q_2 = Q_\Delta + Q_{X_2} = -7200 + 3X_2 \cdot 45^2$
  $S_2 = \sqrt{3} V_G I_2 = 27277'7VA$
  $\Big\}\ Q_2 = +\sqrt{S_2^2 - P_2^2} = 21106'27VAr$ suponemos (IND)
  $-7200 + 3X_2 45^2$
  $\boxed{X_2 = 4'65\,\Omega}$
- $P_G = P_1 + P_2 = 14850 + 17280 = 32130W$
  $Q_G = Q_1 + Q_2 = 10476 + 21106'27 = 31582'27VAr$
  $\Big\}$ T^ma de Boucherot
  $S_G = \sqrt{P_G^2 + Q_G^2} = 45053'05VA = \sqrt{3} V_G I_G \longrightarrow \boxed{I_G = 74'37A}$
- $\cos\varphi_G = \frac{P_G}{S_G} = 0'71$ (CAP)

Sergio Castiñeira Ibáñez 2011