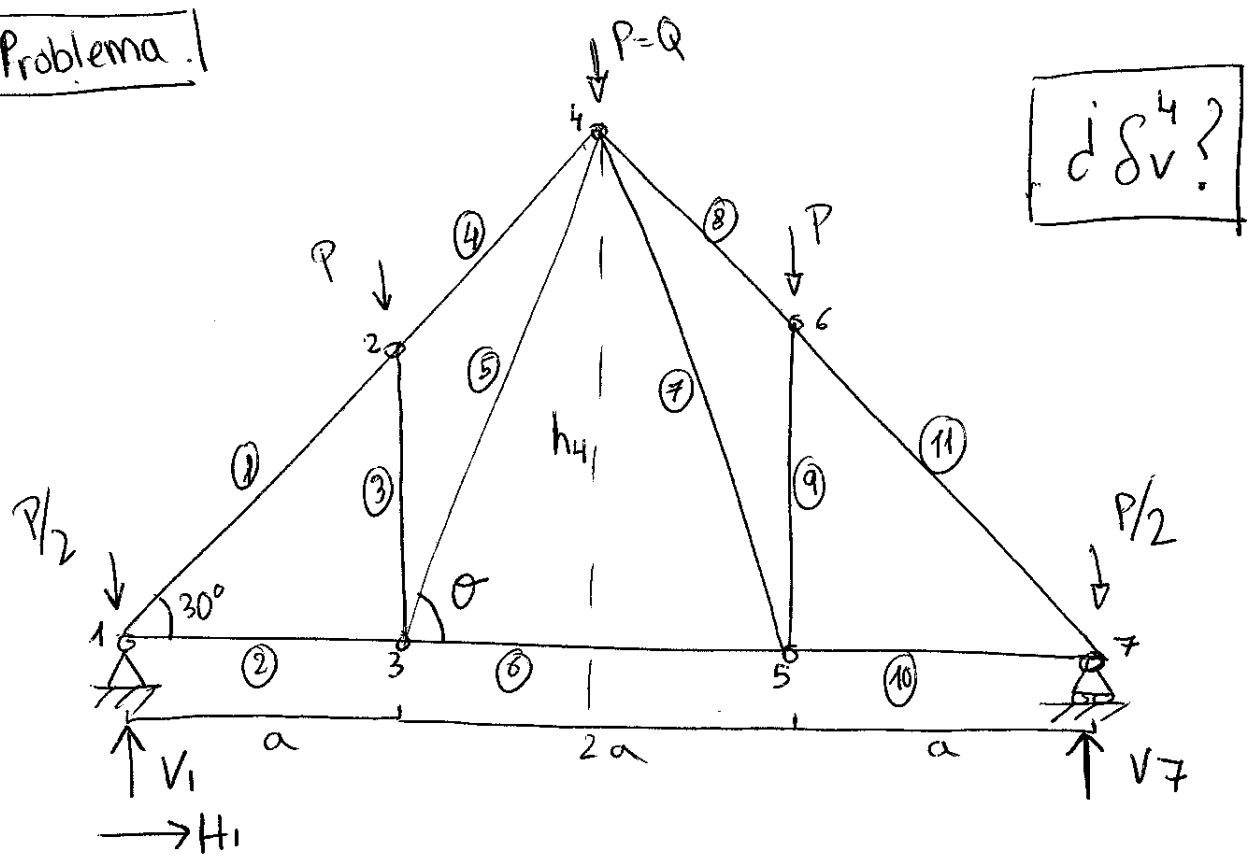


Problema.



2 T^{ma} Castigliano

$$\frac{\partial U_T}{\partial P} = \delta_{\text{direcc } P} \text{ por lo tanto}$$

$$\frac{\partial U_T}{\partial Q} \Big|_{Q=P} = \delta v^4$$

$$U_T = \sum_{i=1}^{i=N} \frac{1}{2} \frac{N_i^2 \cdot L_i}{EA}$$

tendremos q sacar las longitudes de las barras y los esfuerzos axiales en las mismas.
 → Estructura con cargas en las articulaciones y barras articuladas ⇒ las barras solo trabajan a tracción o compresión (la fuerza llevará la dirección de la barra).

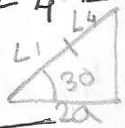
Determinaremos las longitudes de las barras por trigonometría.

$$L_1 \rightarrow \cos 30 = \frac{a}{L_1} \Rightarrow \boxed{L_1 = \frac{a}{\cos 30} = \frac{2a}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}a}{3}}$$

$$\boxed{L_2 = a}$$

$$L_3 \rightarrow \sin 30 = \frac{L_3}{L_1} \Rightarrow \boxed{L_3 = L_1 \cdot \sin 30 = \frac{\sqrt{3}}{3} a}$$

$$L_4 \rightarrow \cos 30 = \frac{2a}{L_1 + L_4} \Rightarrow L_1 + L_4 = \frac{2a}{\cos 30} \Rightarrow$$



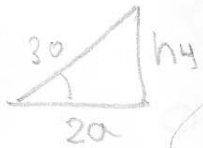
$$\boxed{L_4 = \frac{2a}{\cos 30} - L_1 = \frac{2a}{\cos 30} - \frac{2\sqrt{3}a}{3} = \frac{2a}{\sqrt{3}/2} - \frac{2\sqrt{3}a}{3} =$$

$$= \frac{4a}{\sqrt{3}} - \frac{2\sqrt{3}a}{3} = \frac{4a\sqrt{3}}{3} - \frac{2\sqrt{3} \cdot a}{3} = \boxed{\frac{2a\sqrt{3}}{3}}$$

$$L_5 \rightarrow h_4 \rightarrow$$

$$\cos \theta = \frac{a}{L_5} \Rightarrow \boxed{L_5 = \frac{a}{\cos \theta} = \frac{a}{0.65} = 1.53a}$$

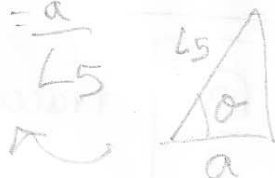
$$\tan 30 = \frac{h_4}{2a} \Rightarrow h_4 = 2a \cdot \tan 30 = 2a \frac{\sqrt{3}}{3}$$



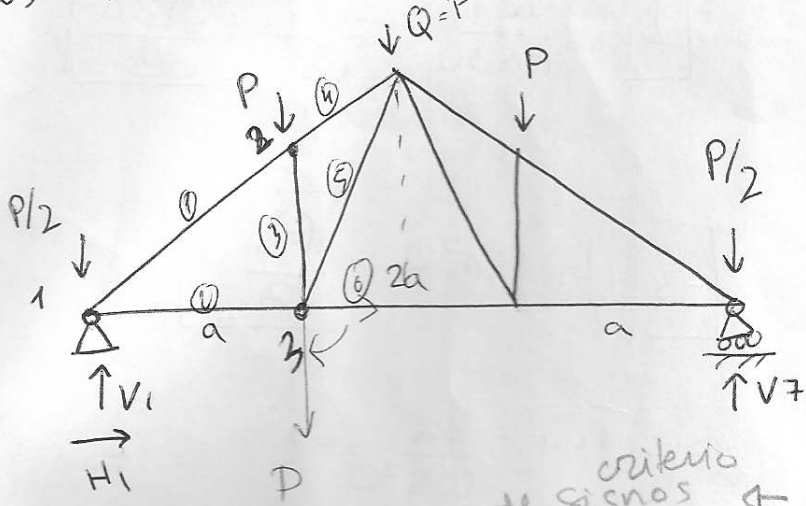
$$\tan \theta = \frac{h_4}{a} = \frac{2a\sqrt{3}/3}{a} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \theta = 49'11''$$



$$\cos \theta = \frac{a}{L_5}$$



Esfuerzos axiales en barras, 1^{er} calculamos las reacciones en los apoyos.



$$\sum F_H = 0 \Rightarrow H_1 = 0$$

$$\sum F_V = 0 \Rightarrow V_1 + V_7 - P - P - P/2 - P/2 - Q = 0$$

$$V_1 + V_7 = 3P + Q$$

criterio de signos regla mano derecha

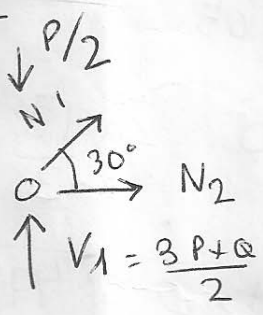
$$\sum M_1 = 0$$

$$-Pa - Q2a - P3a - P/2 \cdot 4a + V_7 \cdot 4a = 0$$

$$-6Pa - 2Qa + V_7 \cdot 4a = 0 \Rightarrow V_7 = \frac{6Pa + 2Qa}{4a} = \frac{3P + Q}{2}$$

$$V_1 = 3P + Q - \left(\frac{3P + Q}{2} \right) = \frac{3P + Q}{2}$$

NUDO 1



$$\sum F_x = 0$$

$$N_1 \cos 30 + N_2 = 0$$

$$N_2 = -N_1 \cos 30$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\frac{3P+Q}{2} - \frac{P}{2} + N_1 \sin 30 = 0$$

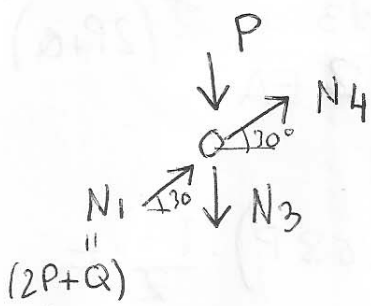
$$-\left(P + \frac{Q}{2} \right) = N_1 \sin 30$$

$$-\left(2P + Q \right) = N_1 \text{ compresión}$$

$$N_2 = \left(2P + Q \right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ tracción}$$

Spongo q las barras trabajan a tracción (N1, N2)

NUDO 2



dibujar
N1 como
compresión
por su sentido

$$\sum F_x = 0$$

$$N_4 \cos 30 + (2P+Q) \cos 30 = 0$$

$$\boxed{N_4 = -(2P+Q)} \text{ compresión}$$

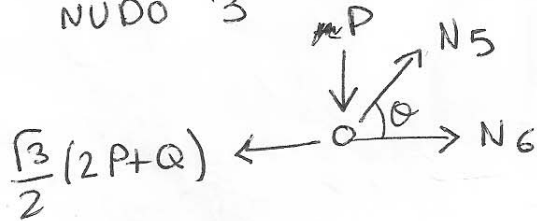
$$\sum F_y = 0$$

$$-P - N_3 + (2P+Q) \sin 30 + N_4 \sin 30 = 0$$

$$-P - N_3 + (2P+Q) \sin 30 + (-2P+Q) \sin 30 = 0$$

$$\boxed{N_3 = -P} \text{ compresión}$$

NUDO 3



$$\sum F_x = 0$$

$$N_5 \cos \theta + N_6 - \frac{\sqrt{3}}{2} (2P+Q) = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$P + N_5 \sin \theta = 0$$

$$\boxed{N_5 = \frac{P}{\sin \theta} = 1.32 P} \text{ Tracción}$$

$$N_6 = \frac{\sqrt{3}}{2} (2P+Q) - 1.32 P \cdot \cos \theta$$

$$\theta = 49.11^\circ$$

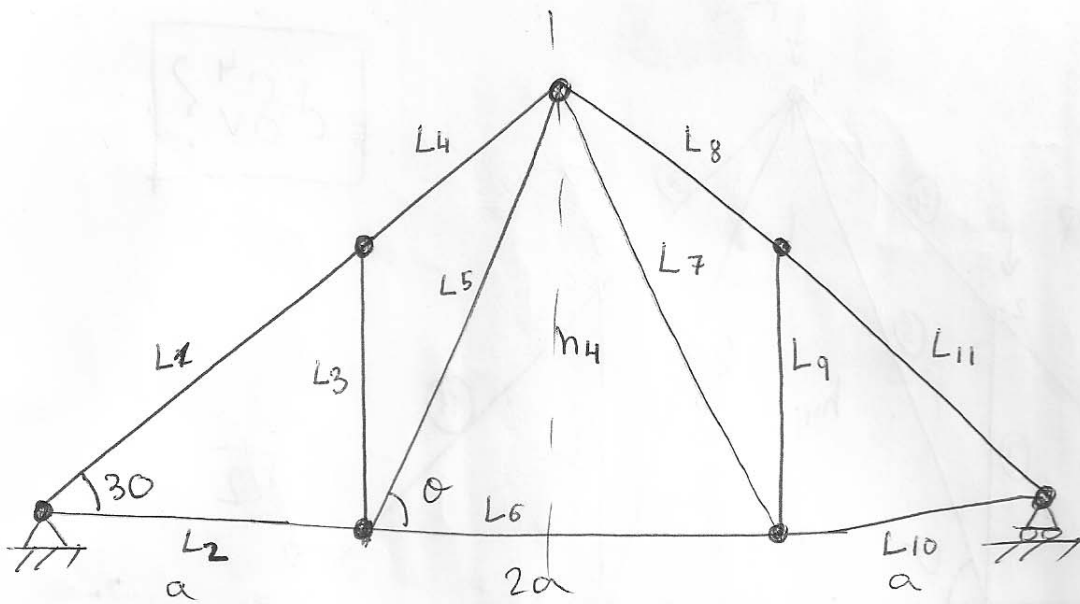
HACER AHORA
EL CUADRO
RESUMEN

$$\boxed{N_6 = \frac{\sqrt{3}}{2} Q + 0.868 P}$$

$$u_T = 4 \cdot \left(\frac{1}{2} \frac{(2P+Q)^2 \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3} a}{EA} + 2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{\left(\frac{(2P+Q)\sqrt{3}}{2} \right)^2 \cdot a}{EA} \right) + \right.$$

$$\left. + 2 \cdot \left(\frac{1}{2} \frac{P^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} a}{EA} \right) + 2 \cdot \left(\frac{1}{2} \frac{(1.32P)^2 \cdot 1.53a}{EA} \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2} \cdot \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2} Q + 0.868 P \right)^2 \cdot 2a}{EA} \right.$$



Cuadro Resumen

Barra	Δxil	Longitud
L1, L11, L4, L8	$2P+Q$ (-)	$\frac{2\sqrt{3}}{3}a$
L2, L10	$(2P+Q)\frac{\sqrt{3}}{2}$ (+)	a
L3, L9	P (-)	$\frac{\sqrt{3}}{3}a$
L5, L7	$1'32P$ (+)	$1'53a$
L6	$\frac{\sqrt{3}}{2}Q + 0'868P$ (+)	$2a$

$$\left. \frac{\partial U_T}{\partial Q} \right|_{Q=P} = \left[\delta v^4 = \frac{4\sqrt{3}a}{3EA} \cdot 2 \cdot (2P+Q) + \frac{\sqrt{3}a}{2EA} \cdot (2P+Q) + \right.$$

$$\left. + 0 + 0 + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} Q + 0.868P \right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \right.$$

$$= \frac{a}{EA} \cdot \left(\frac{8\sqrt{3}}{3} \cdot 3P + \frac{3}{2} \cdot 3P + \sqrt{3} \cdot 1.73P \right)$$

$$= \frac{21.35 Pa}{EA}$$