EJERCICIOS DE CÁLCULO DIFERENCIAL

7 de diciembre de 2011

Ejercicio 1

Una sala de una central hortofrutícola está formada por un rectángulo y un semicírculo adosado a cada extremo, con un perímetro total de 60 m. Obtener las dimensiones de la sala para que el área de la región rectangular sea máxima.

Ejercicio 2

Un veterinario desea albergar gallinas en 6 jaulas. Para ello dispone de 30 m de tela de alambre con lo que construirá primero una cerca rectangular y después la dividirá en 6 rectángulos iguales paralelos a uno de los lados de dicha cerca. ¿Cuáles son las dimensiones de la cerca rectangular para que el área sea máxima?

Ejercicio 3

Obtener razonadamente las dimensiones del cilindro de volumen máximo que se puede inscribir dentro de una pirámide e base cuadrada de lado 8 y altura 3, sabiendo que las cuatro caras laterales de la pirámide son cuatro triángulos iguales y que el eje del cilindro coincide con el eje de la pirámide.

Ejercicio 4

Calcular

$$\sqrt[4]{\frac{\sqrt{3}i^5 - i^8}{i}}$$

Ejercicio 5

Hallar

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \text{ y } \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$$

siendo $z = u + v^2$ con $u = x^2 + \sin(y)$ y $v = \ln(x + y)$, comprobando así que ambas expresiones son idénticas.

Ejercicio 6

Hallar la derivada segunda de la función $y = y(x)$ definida implícitamente por medio de la ecuación $x^2 - xy + y^2 = 3$.

Ejercicio 7

Calcular los siguientes límites:

a)

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2 + x + xy + y}{x + y}$$

b)

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{2xy^2}{x^2 + y^2}$$

Ejercicio 8

Considerar la función

$$f(x) = \frac{6}{\sqrt{2}} \sqrt{2 + (\sqrt{2}\sinh(\frac{x}{3}))^2}$$

a) Simplifica $f(x)$ hasta obtener funciones exponenciales.

b) Calcular$f'(x)$.

c) Obtener $f(3)$ y $f'(3)$.

Ejercicio 9

Hallar todas las soluciones reales y complejas de la ecuación

$$x^6 - 2x^3 + 2 = 0$$

Ejercicio 10

Se considera la función

$$f(x, y) = \frac{x - y}{x^2 - y^2}$$

calcular:

a) El gradiente de la función.

b) La derivada direccional en $(1, 1)$, en la dirección de $\overrightarrow{u} = (3, 4)$.

c) La dirección, si existe, en la que la derivada direccional $(1, 1)$ es nula.