

CUESTIONES

- 1.- Deduce la ecuación del invariante de Abbe $n \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{R} \right) = n' \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{R} \right)$.
- 2.- Define qué se entiende por planos focales objeto e imagen.
- 3.- Explica qué es la reflexión total.

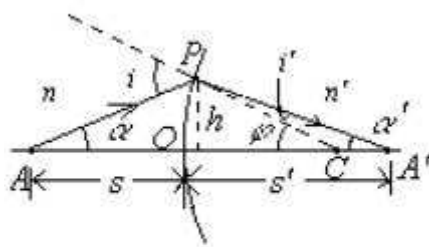
PROBLEMAS

- 1.- Obtén gráficamente la imagen de un objeto y comenta sus características, en los siguientes casos:
 - a) Objeto situado a la derecha de una lente divergente sumergida en aire (objeto virtual) y colocado a una distancia menor de $f/2$.
 - b) Objeto situado a la derecha de un espejo esférico convexo de radio R colocado a una distancia mayor que R .
- 2.- Un rayo de luz monocromática incide con un ángulo de 40° sobre una de las caras de un prisma de vidrio cuyo índice de refracción vale 1,6. Si el ángulo de refringencia del prisma es de 45° , halla el ángulo de emergencia y el de desviación del rayo.
- 3.- Tenemos un sistema óptico centrado formado por una lente delgada de focal 20 cm y un espejo esférico convexo de radio 40 cm separados entre sí una distancia de 30 cm. Si colocamos delante de la lente un objeto a 100 cm, calcular la posición de la imagen mediante los puntos cardinales del sistema.

SOLUCIONES

CUESTIONES

1.- Dado el siguiente dióptrio esférico, donde se detallan las principales magnitudes que intervienen para calcular la posición de la imagen A' dada por un punto objeto A , vamos a deducir el Invariante de Abbe.



Por la ley de la refracción o ley de Snell:

$$n \operatorname{sen} i = n' \operatorname{sen} i' \quad (1)$$

Para ángulos pequeños (**óptica paraxial**) se cumple que:

$\operatorname{sen} i \approx i$, $\operatorname{sen} i' \approx i'$; por lo tanto

$$n \cdot i = n' \cdot i' \quad (2)$$

$$|i| = |\alpha| + |\varphi| \quad , \text{ de donde } -i = -\alpha + \varphi \quad \text{y} \quad |i'| = |i| + |\alpha'| \quad , \text{ de donde } \varphi = -i' + \alpha'$$

por lo tanto $i = \alpha - \varphi$ e $i' = \alpha' - \varphi$

Llevando estas relaciones a (2) se tiene que:

$$n(\alpha - \varphi) = n'(\alpha' - \varphi)$$

Para ángulos pequeños ε se cumple que $\text{sen } \varepsilon \approx \text{tg } \varepsilon \approx \varepsilon$, luego

$$\alpha \approx \frac{h}{s}, \quad \alpha' \approx \frac{h}{R}, \quad \alpha' \approx \frac{h}{s'}$$

de donde
$$n \left(\frac{h}{s} - \frac{h}{R} \right) = n' \left(\frac{h}{s'} - \frac{h}{R} \right)$$

y
$$n \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{R} \right) = n' \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{R} \right) \quad \text{Invariante de Abbe}$$

2.- Plano Focal objeto: Es el plano perpendicular al eje óptico que pasa por el foco F. Los rayos emitidos por cualquier punto del plano focal objeto diferente al foco objeto salen paralelos entre sí y oblicuos al eje óptico.

Plano Focal imagen: Es el plano perpendicular al eje óptico que pasa por el foco imagen F' . Una serie de rayos paralelos entre sí y oblicuos al eje óptico que incidan sobre un dioptrio, se cortarán en un punto del plano focal imagen.

3.- El fenómeno de **reflexión total** se produce bajo unas determinadas condiciones:

- Si $n_1 > n_2$ y $r = 90^\circ$ (ángulo refractado) \rightarrow Se produce reflexión total, es decir, sólo existe rayo reflejado y el rayo refractado saldrá rasante con la superficie de separación entre los dos medios.

El ángulo de incidencia correspondiente a un $r = 90^\circ$ se le llama **ángulo límite** (θ_L):

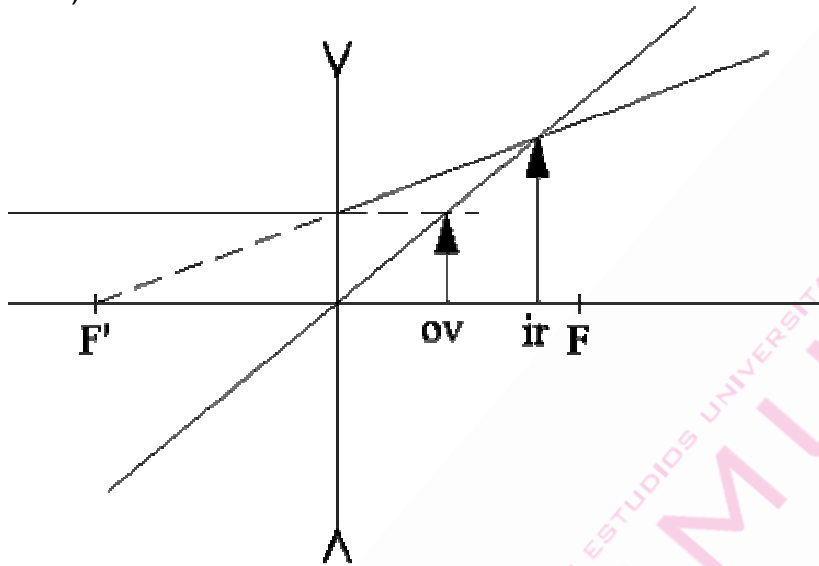
Partiendo de la ley de Snell y haciendo $r = 90^\circ$ llegamos a:

$$\sin \theta_L = \frac{n_2}{n_1}$$

Para ángulos incidentes mayores al ángulo límite (θ_L) no se produce refracción, ya que la luz no pasa de un medio a otro, sino que sólo se refleja.

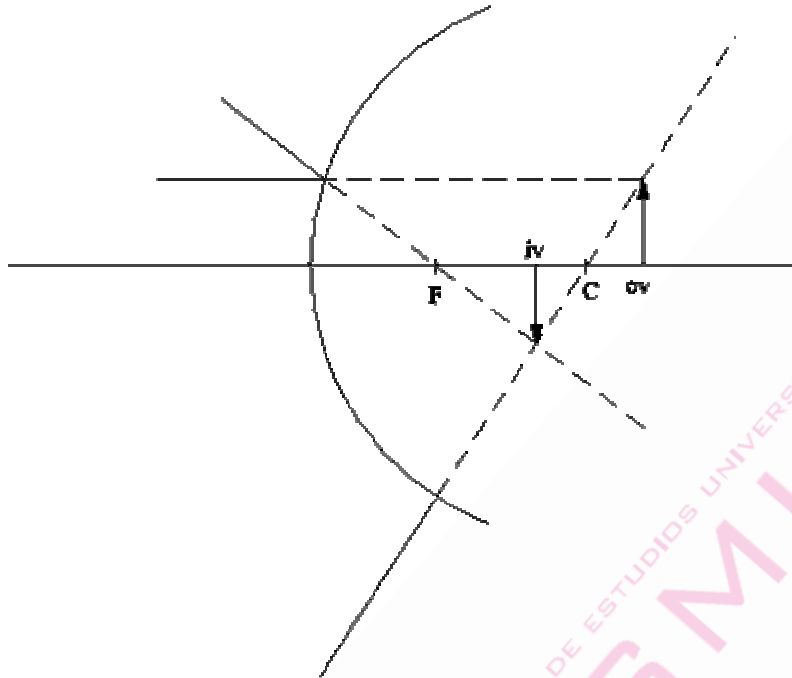
PROBLEMAS

1.- a)



- Objeto virtual de tamaño "y"
- Imagen real, derecha y de mayor tamaño que el objeto.

b)



- Objeto Virtual.
- Imagen virtual, invertida y de tamaño menor que el objeto.

2.- 1º) Aplicamos Snell a la refracción del rayo sobre la primera cara del prisma:

$$\text{Sen}\varepsilon_1' = \frac{\text{Sen}\varepsilon_1}{n} = \frac{\text{Sen}40^\circ}{1.6} = 0,4017 \Rightarrow \varepsilon_1' = 23,69^\circ$$

Como el ángulo de refrigencia es $\alpha=45^\circ$ y $\alpha = \varepsilon_1' + \varepsilon_2$

Llegamos a : $\varepsilon_2 = \alpha - \varepsilon_1' = 45^\circ - 23,69^\circ = 21,31^\circ$

2º) Aplicamos de nuevo Snell a la refracción en la segunda cara del prisma:

$$\text{Sen}\varepsilon_2' = n\text{Sen}\varepsilon_2 = 1,6\text{Sen}21,31^\circ = 0,5815 \Rightarrow \varepsilon_2' = 35,56^\circ$$

Ángulo de emergencia: $\varepsilon_2' = 35,56^\circ$

Ahora vamos a hallar el ángulo de desviación δ :

$$\delta = \varepsilon_1 + \varepsilon_2' - \alpha = 40^\circ + 35,56 - 45^\circ = 30,56^\circ$$

3.- Para la **lente**: $f_1' = 20\text{cm}$ y $f_1 = -20\text{cm}$

Para el **espejo**: $f_2' = f_2 = \frac{R}{2} = 20\text{cm}$

Sistema acoplado:

$$t = e + f_2 - f_1' = 30 + 20 - 20 = 30\text{cm}$$

$$\overline{H_1H} = \frac{e}{t} f_1 = -20\text{cm}$$

$$\overline{H_2'H'} = \frac{e}{t} f_2' = 20\text{cm}$$

$$f' = -\frac{f_1' \cdot f_2'}{t} = -13,3\text{cm}$$

$$a = \overline{HO} = -(100 - 20) = -80\text{cm}$$

Aplicando la ecuación de Gauss hallamos la posición de la imagen $a' = \overline{H_2'O'}$

$$\frac{1}{a'} - \frac{1}{a} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \text{Sustituyendo valores y despejando: } \boxed{a' = -11,4\text{cm}}$$

Fuente: enunciados correspondientes a exámenes de diferentes años de la Universidad de Valencia.