

Ejercicio de TOPGRAFÍA.

Se desea situar una obra hidráulica en una zona en la que se dispone de 4 vértices cuyas coordenadas son conocidas. Se procede al levantamiento topográfico de la futura situación de la obra, pero desde ésta no es visible ninguno de los vértices conocidos, y como el levantamiento ha de estar en el mismo sistema de coordenadas en el que están estos vértices, se opta por realizar un pequeño itinerario.

En el siguiente estadillo se presentan los datos obtenidos tras la observación en campo del itinerario. Realizar los cálculos oportunos para obtener las coordenadas de todos sus vértices.

Estación	Pto. Observado	LH (g)	Dr (m)
Tejar	Trinchera	338,2775	-
	A	225,4325	628,370
A	Tejar	22,0800	628,410
	B	178,6300	535,080
B	A	364,5625	535,100
	C	123,7175	756,870
C	B	320,4400	756,910
	Cumbre	151,8350	477,050
Cumbre	B	366,9575	477,030
	Torre	47,0025	-

Trinchera: (8527,310; 12905,070) m

Tejar: (10763,460; 10284,930) m

Cumbre: (10932,520; 8188,210) m

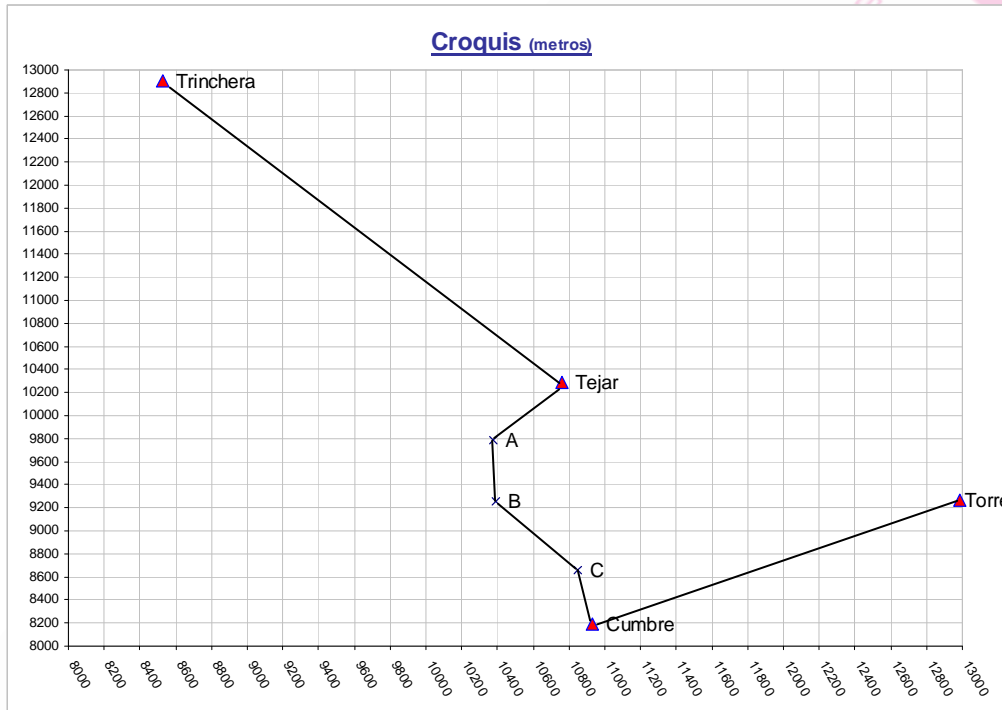
Torre: (12988,080; 9263,890) m

Resolución:

- Croquis y primeros cálculos:

A partir de las coordenadas de los vértices conocidos:

$$\left\{ \begin{array}{l} Dr_{Tejar}^{Trinchera} = 3444,6336m \\ \theta_{Tejar}^{Trinchera} = 355,0233^g \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} Dr_{Cumbre}^{Torre} = 2320,0031m \\ \theta_{Cumbre}^{Torre} = 69,3076^g \end{array} \right.$$



- Ángulos:

$$\alpha_i = LH_i^{i+1} - LH_i^{i-1}$$

Donde:

i es el punto de estación

$i+1$ es el punto siguiente (adelante)

$i-1$ es el punto anterior (atrás)

$$\alpha_{Tejar} = 287,1550^g$$

$$\alpha_A = 156,5500^g$$

$$\alpha_B = 159,1550^g$$

$$\alpha_C = 231,3950^g$$

$$\alpha_{Cumbre} = 80,0450^g$$

- Azimuts observados:

$$\theta_i^{i+1} = \theta_i^{i-1} + \alpha_i$$

Donde:

i es el punto de estación

$i+1$ es el punto siguiente (adelante)

$i-1$ es el punto anterior (atrás)

$$\theta_{Tejar}^A = 242,1783^g$$

$$\theta_A^B = 198,7283^g$$

$$\theta_B^C = 157,8833^g$$

$$\theta_C^{Cumbre} = 189,2783^g$$

$$\theta_{Cumbre OBS}^{Torre} = 69,3233^g$$

- Distancias reducidas (promediadas):

$$Dr_i^{i+1} = \frac{Dr_i^{i+1} + Dr_{i+1}^i}{2}$$

Donde:

i es el punto de estación

$i+1$ es el punto siguiente (adelante)

$$Dr_{Tejar}^A = 628,390m$$

$$Dr_A^B = 535,090m$$

$$Dr_B^C = 756,890m$$

$$Dr_C^{Cumbre} = 477,040m$$

- Primeras coordenadas aproximadas:

$$\begin{aligned} x_j &= x_i + \underbrace{(Dr_i^j \cdot \text{sen } \theta_i^j)}_{\Delta x_i^j} \\ y_j &= y_i + \underbrace{(Dr_i^j \cdot \text{cos } \theta_i^j)}_{\Delta y_i^j} \end{aligned}$$

Donde:

i es el punto de estación

j es el punto visado



$$\begin{cases} x_A = 10376,9262m \\ y_A = 9789,4851m \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_C = 10852,6131m \\ y_C = 8657,2929m \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_B = 10387,6143m \\ y_B = 9254,5019m \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_{Cumbre} = 10932,5750m \\ y_{Cumbre} = 8187,0023m \end{cases}$$

- Errores de cierre:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_\theta &= \theta_{Cumbre}^{Torre} - \theta_{Cumbre}^{Torre\ OBS} \rightarrow \mathcal{E}_\theta = -0,0157^g \\ \mathcal{E}_x &= X_{Cumbre} - x_{Cumbre} \rightarrow \mathcal{E}_x = -0,0550m \\ \mathcal{E}_y &= Y_{Cumbre} - y_{Cumbre} \rightarrow \mathcal{E}_y = 1,2077m \\ \mathcal{E}_L &= \sqrt{\mathcal{E}_x^2 + \mathcal{E}_y^2} \rightarrow \mathcal{E}_L = 1,2090m \end{aligned}$$

- Compensación (proporcional a la longitud de los lados) y coordenadas compensadas:

$$\text{correcciones: } \begin{cases} dx_i = \frac{\sum |l_1^i|}{\sum |l_1^n|} \cdot \mathcal{E}_x \\ dy_i = \frac{\sum |l_1^i|}{\sum |l_1^n|} \cdot \mathcal{E}_y \end{cases} \quad \text{Coordenadas compensadas: } \begin{cases} X_i = x_i + dx_i \\ Y_i = y_i + dy_i \end{cases}$$

$$\sum |l_{Tejar}^{Cumbre} = 2397,410m$$

$$\sum |l_{Tejar}^A = 628,390m \rightarrow dx_A = -0,0144m ; dy_A = 0,3166m$$

$$\sum |l_{Tejar}^B = 1163,480m \rightarrow dx_B = -0,0267m ; dy_B = 0,5861m$$

$$\sum |l_{Tejar}^C = 1920,370m \rightarrow dx_C = -0,0441m ; dy_C = 0,9764m$$

$$\sum |l_{Tejar}^{Cumbre} = 2397,410m \rightarrow dx_{Cumbre} = -0,0144m ; dy_{Cumbre} = 1,2077m$$

$$\begin{cases} X_A = 10376,9118m \\ Y_A = 9789,8017m \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_C = 10852,5690m \\ Y_C = 8658,2603m \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_B = 10387,5876m \\ Y_B = 9255,0880m \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_{Cumbre} = 10932,5200m \\ Y_{Cumbre} = 8188,2100m \end{cases}$$