EXAMEN DE ESTADISTICA DE EMPRESARIALES

I - Una empresa multinacional del sector textil ha abierto una nueva fábrica en India. Este año, en dicha fábrica se han obtenido unas ventas mensuales medias de 1000 prendas con una desviación típica de 10; mientras que en la fábrica que tiene en España por término medio se han vendido 750 prendas, con una desviación típica de 8.

a) ¿En la fábrica de qué país las ventas medias de prendas son más representativas?
b) Si en el último mes las ventas de la nueva fábrica son de 1005 prendas y en la española de 760, ¿qué fábrica presenta mayores ventas, en términos relativos, en ese mes?
c) Los salarios de los trabajadores del sector en India pueden clasificarse en tres tramos. Los del tramo inferior acumulan el 60% del total salarial y los del intermedio, el 25%. El porcentaje de trabajadores en esos tramos es del 70% y 20%, respectivamente. ¿Qué se puede decir respecto a la distribución de los salarios en la nueva fábrica?

X, ventas de prendas en la fábrica en India $\mu_x = 1000$; $\sigma_x = 10$

Y, ventas de prendas en la fábrica en España $\mu_y = 750$; $\sigma_y = 8$

a) $g_0(X)= \sigma_x / \mu_x = 10/1000 = 0{,}01$

$g_0(Y)=; \sigma_y / \mu_y = 8/750 = 0{,}010666$

$0{,}01 \langle 0{,}010666$ Podemos observar que las ventas medias en la fábrica en India son más representativas que las de la fábrica en España (menor coeficiente de variabilidad).

b) $$\frac{x_0 - \mu_x}{\sigma_x} = \frac{1005 - 1000}{10} = 0{,}5$$

$$\frac{x_0 - \mu_y}{\sigma_y} = \frac{760 - 750}{8} = 1{,}25$$

Vemos que son mayores en términos relativos las ventas mensuales de la fábrica en España.

c) Utilizaremos el Índice de Gini para analizar la concentración de la distribución.

$p_i = \frac{N_i}{N} 100$	$q_i = \frac{\sum_{j=1}^{i} x_j n_j}{N_{\bar{x}}}$
70	60
90	85

100 100

$$I_G = \frac{\sum_{i=1}^{I}(p_i - q_i)}{\sum_{i=1}^{I-1} p_i} = \frac{(70-60)+(90-85)+(100-100)}{70+90} = 0.0938$$

El Índice de Gini nos indica que la concentración es muy baja. Por lo tanto, los salarios se encuentran distribuidos en forma bastante equitativa.

II – A partir de la evolución de las ventas de una empresa española (en miles de euros) entre 2000 y 2004, se ha obtenido la siguiente información conjunta de las variables Y (ventas) y t (tiempo, correspondiendo el valor t=0 al año 2000).

$$\sum y = 550 \quad \sum t = 10 \quad \sum y^2 = 62392 \quad \sum t^2 = 30 \quad \sum y\,t = 1237$$

Se conoce, además, que los Índices de Variación Estacional (IVE) trimestrales son:

1T	2T	3T	4T
0,9	1,1	?	0,6

y que el IPC en los últimos años ha sido:

Año	IPC (base 2000)
2004	93,0
2005	98,5
2006	102,9

a) Calcular la recta de tendencia anual con origen 2000, valorando e interpretando la bondad del ajuste.
b) Obtener una predicción para las ventas de 2006, en euros constantes de 2004.
c) Proporcionar una predicción, corregida por estacionalidad, para las ventas en el tercer trimestre de 2006.

a) Y_t ventas de una empresa española en el período t en miles de euros.

$$y^* = a + bt$$

$$b = \frac{S_{ty}}{S_t^2} = \frac{\frac{1237}{5} - \frac{550}{5}\frac{10}{5}}{\frac{30}{5} - \left(\frac{10}{5}\right)^2} = \frac{27{,}4}{2} = 13{,}7$$

$$a = \bar{y} - b\bar{t} = \frac{550}{5} - (13{,}7)\frac{10}{5} = 82{,}6$$

$y^{*} = 82{,}6 + 13{,}7t$ (t, años; origen 2000)

$$R^{2} = r_{ty}^{2} = \frac{S_{ty}^{2}}{S_{t}^{2}S_{y}^{2}} = \frac{(27{,}4)^{2}}{2\left[\frac{62392}{5} - \left(\frac{550}{5}\right)^{2}\right]} = 0{,}992$$

Podemos observar que la bondad de nuestro ajuste es muy buena. El coeficiente nos da cercano a uno.

b) Desde 2000 al 2006 $\rightarrow 6 años$

$$y_{6}^{*} = 82{,}6 + 13{,}7(6) = 164{,}8$$

$\hat{y}_{6} = y_{6}^{*}\frac{100}{I_{2006}^{2004}} = 164{,}8\frac{93}{102{,}9} = 148{,}9446$ Predicción de las ventas para el 2006 en euros constantes del 2004

c) $y_{t}^{*} = \frac{82{,}6}{4} + \frac{13{,}7}{4^{2}}t = 20{,}65 + 0{,}856t$ (t, trimestres; origen, trimestre central 2000)

Del trimestre central de 2000 al tercero del 2006 hay (6).(4)+0,5=24,5 trimestres

$$y_{24{,}5}^{*} = 20{,}65 + 0{,}856(24{,}5) = 41{,}622$$

IVE(3T)=4-IVE(1T)-IVE(2T)-IVE(4T)=4-0,9-1,1-0,6=1,4

$$\hat{y}_{3T06} = y_{24{,}5}^{*}IVE(3T) = 41{,}622(1{,}4) = 58{,}27$$

III - Una empresa se ha especializado en el transporte por carretera de dos tipos de mercaderías: pequeños electrodomésticos y paquetería. La variable aleatoria (X,Y), donde X representa el peso de un pequeño electrodoméstico e Y, el peso de un paquete (ambas expresadas en Kgs), sigue una distribución conjunta Binormal, con vector de medias y matriz de varianzas-covarianzas:

$$\begin{pmatrix} 45 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 100 & 10 \\ 10 & 4 \end{pmatrix}$$

Cierto día, una furgoneta de la empresa, que pesa sin carga 1.500 Kgs, transporta 18 pequeños electrodomésticos del mismo modelo, y 105 paquetes de mismo contenido. El peso total máximo que tiene autorizado la furgoneta para circular por cierta carretera es de 3.000 Kgs. Si a lo largo del trayecto fuera inspeccionado por Policía de Tráfico, ¿con qué probabilidad sería sancionado por exceder de ese peso máximo autorizado?

X, peso de un pequeño electrodoméstico en kgs.

Y, peso de un paquete en kilogramos kgs.

T, peso total de la furgoneta en kgs.

T = 18X + 105Y+1500

$\mu_t = (18 \text{ x } 45) + (105 \text{ x } 4) + 1500 = 2730$

$\sigma^2_t = (18^2 \text{ x } 100) + (105^2 \text{ x } 4) + (2 \text{ x } 18 \text{ x } 105 \text{ x } 10) = 114300$

$T \approx N\ (\mu_t = 2730\ ;\ \sigma_t = 338{,}0828)$

$$P(T \rangle 3000) = P(z \rangle \frac{3000 - 2730}{338{,}0828}) = P(z \rangle 0.7986) = 0{,}2148$$

IV – En la sección de producción de una fábrica textil, hay tres tipos de máquinas elaborando un mismo artículo. El 25% de las maquinas es del tipo A, el 45% es del tipo B y el resto C. Los controles de calidad indican que la máquina A produce un 30% de los artículos defectuosos y los de la máquina C un 25%, mientras que el 80% de los de la B no poseen ningún defecto.

a) Si el inspector de calidad observa un artículo escogido al azar y es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que no haya sido elaborado por una máquina B?
b) En el caso de que el artículo no sea defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido elaborado por una máquina A?

P(A)=0,25 P(B)=0,45 P(C)=0,30

$P(D/A) = 0{,}30 \quad P(\overline{D}/A) = 1 - 0{,}30 = 0{,}70$

$P(\overline{D}/B) = 0{,}80 \quad P(D/B) = 1 - 0{,}80 = 0{,}20$

$P(D/C) = 0{,}25 \quad P(\overline{D}/C) = 1 - 0{,}25 = 0{,}75$

a) $P(\overline{B}/D) = 1 - P(B/D) = 1 - \dfrac{P(D/B)P(B)}{P(D)} = 1 - \dfrac{0{,}2 \times 0{,}45}{0{,}24} = 0{,}625$

$$P(D) = P(D/A)P(A) + P(D/B)P(B) + P(D/C)P(C) =$$

$$P(D) = 0{,}30 \times 0{,}25 + 0{,}20 \times 0{,}45 + 0{,}25 \times 0{,}30 = 0{,}24$$

b) $P(A/\overline{D}) = \dfrac{P(\overline{D}/A)P(A)}{P(\overline{D})} = \dfrac{0{,}70 \times 0{,}25}{1 - 0{,}24} = 0{,}2302$

Fuente: enunciados correspondientes a exámenes de diferentes años de la Universidad de Valencia.