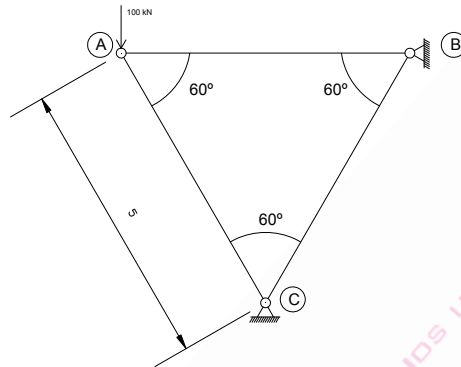


EXAMEN FINAL (2º PARCIAL) 4 DE JULIO DE 2008

PROBLEMA 2 (4 puntos)

Calcular el esfuerzo axial en todas las barras, mediante el Principio de los Desplazamientos Virtuales.



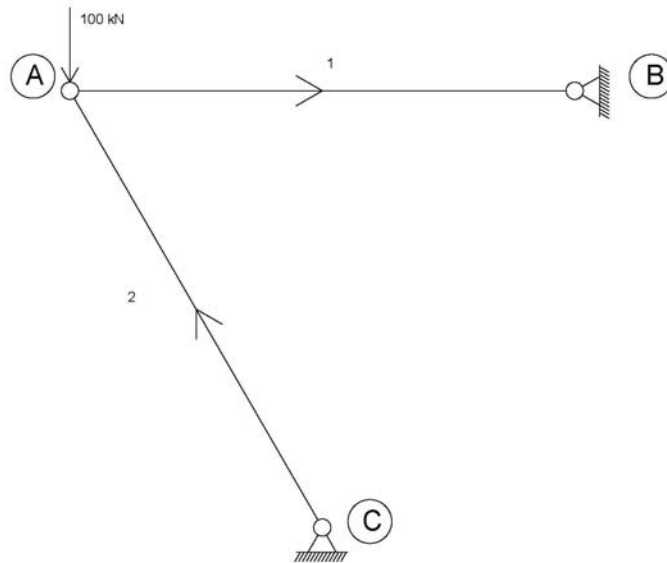
Funciones de forma: $N_1^a(x) = 1 - x/L$
 $N_2^a(x) = x/L$
 $N_1^f(x) = 2x^2/L^3 + 3x^2/L^2 + 1$
 $N_2^f(x) = x^2/L^2 - 2x^2/L + x$
 $N_3^f(x) = -2x^2/L^3 + 3x^2/L^2$
 $N_4^f(x) = x^3/L^2 - x^2/L$

Propiedades de las barras: modulo $E=210.000 \text{ N/mm}^2$
 HEB 120 $A = 34 \text{ cm}^2$ $I = 364 \text{ cm}^4$

Solución:

La estructura está formada por 3 barras biarticuladas sin cargas por lo que sólo trabajarán a axil. Además la barra 3 tiene sus 2 extremos fijos, por tanto no trabaja (no se puede acortar ni alargar).

La estructura queda reducida a:



1º Cálculo del GIC:

Para obtener los axiles por el PDV primero hay que resolver cinemáticamente la estructura, es decir calcular los movimientos independientes.

El GIC es 2, siendo los movimientos independientes d_{xA} y d_{yA} .

2º Estructura real:

La barra 1 solo tiene axil al igual que la barra 2.

$$\text{Sen } \alpha = 0'866$$

$$\text{Cos } \alpha = -0'5$$

Barra 1=

$$u_1(x) = (1-x/L) d_{xi1} + x/L d_{xj1}$$

$$d_{xj1} = 0$$

$$u_1(x) = (1-x/5) d_{xA}$$

$$u_1'(x) = -d_{xA} / 5$$

Barra 2=

$$u_2(x) = (1-x/L) d_{xi2} + x/L d_{xj2}$$

$$d_{xi2} = 0$$

$$q = T^T * q'$$

$$\begin{bmatrix} d_{xj2} \\ d_{yj2} \\ \theta_{j2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0'5 & 0'866 & 0 \\ -0'866 & -0'5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d'_{xj2} \\ d'_{yj2} \\ \theta'_{j2} \end{bmatrix}$$

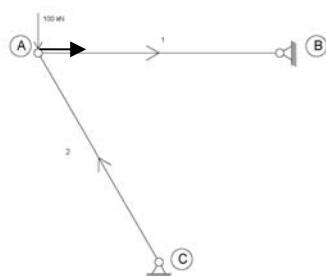
$$d'_{xj2} = d_{xA}$$

$$d'_{yj2} = d_{yA}$$

$$u_2(x) = x/5 (-0'5 d_{xA} + 0'866 d_{yA})$$

$$u'_2(x) = (-0'5 d_{xA} + 0'866 d_{yA})/5$$

3º Estado virtual 1:



$$\delta d_{xA} = 1$$

La barra 1 solo tiene axil al igual que la barra 2.

Barra 1=

$$\delta u_1(x) = (1-x/5)$$

$$\delta u_1'(x) = -1/5$$

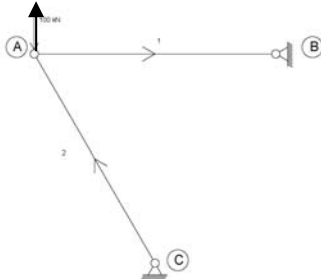
Barra 2=

$$\delta u_2(x) = x/5 (-0'5)$$

$$\delta u_2'(x) = -0'5/5$$

Estado virtual 2:

$$\delta d_{yA} = 1$$



La barra 1 no deforma y la barra 2 sólo trabaja a axil.

Barra 2=

$$\delta u_2(x) = 0'866x/5$$

$$\delta u_2'(x) = 0'866/5$$

4º Ecuaciones de balance energético:

$$1. \delta W^I = \delta U^I$$

$$0 = EA_1 u_1' \delta u_1' L_1 + EA_2 u_2' \delta u_2' L_2$$

$$0 = 714000 (-d_{xA}/5)(-1/5)5 + 714000 (-0'5 d_{xA} + 0'866 d_{yA}/5)(-0'5/5)5$$

$$0 = 178500 d_{xA} - 61832'4 d_{yA}$$

$$2. \delta W^{II} = \delta U^{II}$$

$$-100 = EA_2 u_2' \delta u_2' L_2$$

$$-100 = 714000 (-0'5 d_{xA} + 0'866 d_{yA}/5)(0'866/5)5$$

$$-100 = -61832'4 d_{xA} + 107093'7168 d_{yA}$$

5º Obtención de los movimientos:

$$d_{xA} = -4'043 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$d_{yA} = -1'167 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

6° Axiles de las barras:

Barra 1: $N_1 = EA_1 u'_1 = 714000 (-d_{XA}/5) = 57'735 \text{ KN}$

Barra 2: $N_2 = EA_2 u'_2 = 714000 (-0'5d_{XA} + 0'866 d_{YA}/5) = - 115'47 \text{ KN}$



Fuente: enunciados correspondientes a exámenes de diferentes años de la Universidad Politécnica de Valencia.