EXAMEN PROPUESTO FÍSICA II (ETSII)

PROBLEMA 1

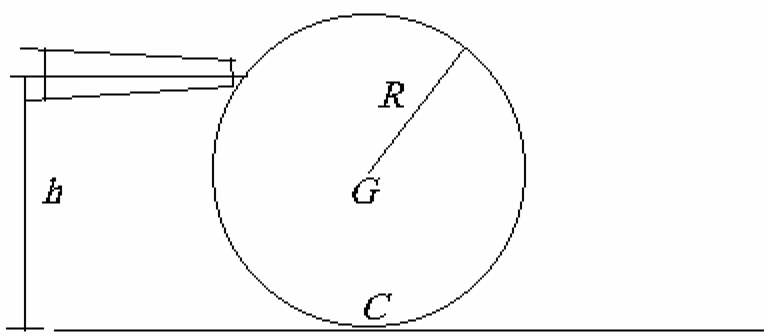
Se golpea una bola de billar, de radio R, con el taco paralelo a la mesa, a un altura h de ésta, según muestra la figura. Se pide:

(1)Valor de h para que la bola gire sin deslizar sobre el tapete después del impacto.
(2)Signo de la velocidad del punto de contacto con el tapete (C) según se golpee arriba o debajo de la altura anterior.

Dato: momento de inercia de una esfera de masa m y radio R, respecto de un eje que coincide con uno de sus diámetros:

$$\frac{2}{5}mR^2$$

Sugerencia: escribir la velocidad de C en función de la velocidad del centro de gravedad de la bola y de la altura h.

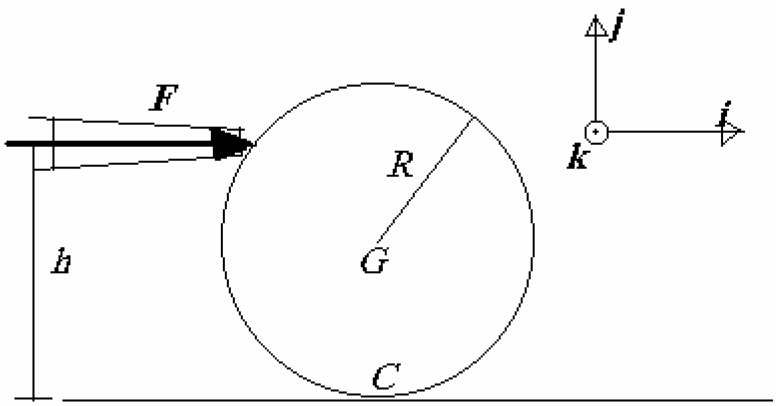


PROBLEMA 1. SOLUCIÓN

Primer teorema de la dinámica aplicado a choques:

$\sum_i \vec{F}_i = m \cdot \Delta \vec{v}_G$, siendo $\vec{F}_i$ las percusiones que actúan sobre el sólido rígido, en este caso la bola de billar. Así, si se denota por v_G la velocidad del centro de gravedad después de la percusión, se tiene:

$$\boxed{F = mv_G}$$



Segundo teorema de la dinámica aplicado a choques:

$\sum_i \vec{M}_G\left(\vec{F}_i\right) = I_{Gz} \cdot \Delta \vec{\omega}$. Si ω es la velocidad angular después de la percusión, entonces:

$$\boxed{-(h-R)F = \frac{2}{5} mR^2 \omega}$$

Sustituyendo F en esta última ecuación:

$$\boxed{\omega = -\frac{5(h-R)v_G}{2R^2}}$$

Campo de velocidades:

$$\vec{v}_C = \vec{v}_G + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{GC} = (v_G + \omega R)\vec{i} \Rightarrow \boxed{v_C = v_G\left(1 - \frac{5(h-R)}{2R}\right)}$$

Valor de h para que gire sin deslizar: $v_C = 0$ ➔ $\boxed{h=7R/5}$

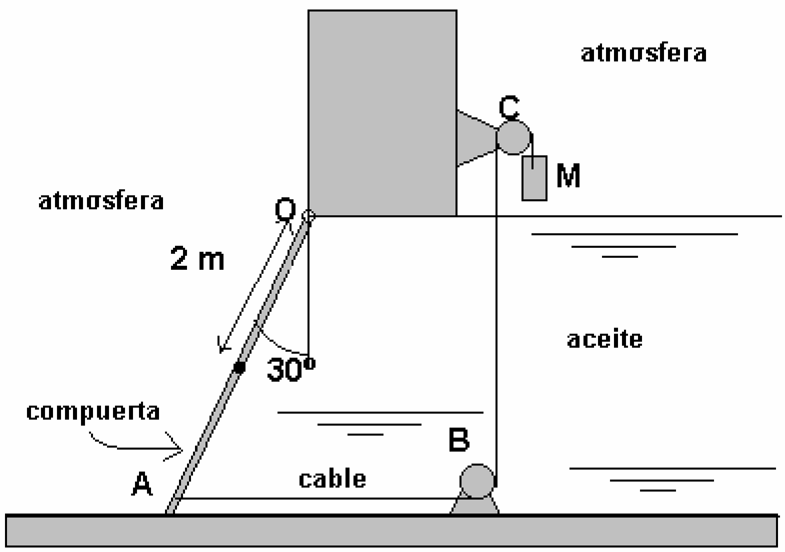
Podemos escribir $v_C = \dfrac{5v_G}{2R}\left(\dfrac{7R}{5} - h\right)$, con v_G siempre positivo, ya que F también lo es. De esta forma:

Si $h < 7R/5$, entonces $v_C > 0$ (C se mueve hacia la derecha).

Si $h > 7R/5$, entonces $v_C < 0$ (C se mueve hacia la izquierda).

PROBLEMA 2

La compuerta circular OA de radio 2 m y articulada en O sirve para mantener cerrado un depósito de aceite de densidad relativa 0'8, tal y como muestra la figura. Se tiene además un cable en A, que pasa por las poleas ideales B y C y del que cuelga una masa M en su otro extremo. Si la masa de la compuerta es 10 toneladas, calcular el valor mínimo de M para que la compuerta permanezca cerrada. En ese caso calcular las reacciones en la articulación O.



PROBLEMA 2. SOLUCIÓN

Empuje del aceite: $E=\gamma\cdot S\cdot h_G=\gamma\cdot\pi\cdot R^2\cdot R\cos 30^o=3200\sqrt{3}\cdot\pi$ Kp

Punto de aplicación (respecto a O y a lo largo de la compuerta): $y_C=y_G+\dfrac{I_{x_G}}{S\cdot y_G}$. Teniendo en cuenta que $I_{x_G}=\dfrac{\pi\cdot R^4}{4}$ y que $S=\pi\cdot R^2$ obtenemos $y_c=\dfrac{5R}{4}$.

Aplicando sumatorio de momentos igual a cero respecto al punto O, se obtiene el valor de la masa M, que coincide con el valor de la tensión del cable (en kilopondios). Llamamos M' a la masa de la compuerta.

$$M=\frac{1}{2\sqrt{3}}\left(\frac{5}{2}E-M'\right)\quad=9680\,\text{Kg}$$

El valor de las reacciones en O se obtiene aplicando sumatorio de fuerzas igual a cero para la compuerta, obteniendo:

$$O_x=5399\,\text{Kp},\ O_y=1294\,\text{Kp}$$

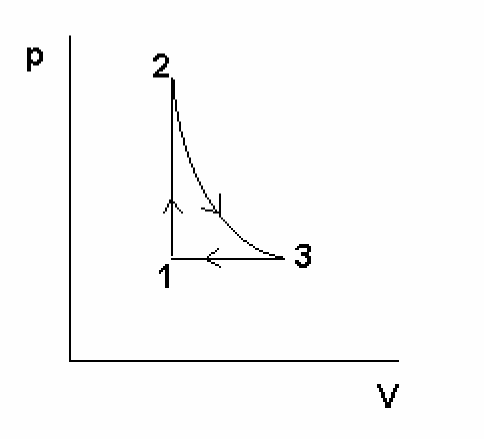
PROBLEMA 3

Un mol de un gas perfecto monoatómico se encuentra a 1 atmósfera de presión y ocupa un volumen de 10 l. Experimenta una transformación isócora hasta una presión de 3 atmósferas. Posteriormente se expande adiabáticamente hasta un volumen tal que al comprimirse isobáricamente vuelve al estado inicial, describiendo así un ciclo. Para dicho ciclo, se pide calcular, suponiendo todas las transformaciones cuasiestáticas:

(1)Coordenadas termodinámicas de los tres vértices del ciclo.
(2)Rendimiento y trabajo realizado, en unidades del Sistema Internacional.
(3)Rendimiento de una máquina de Carnot que trabaje entre las mismas temperaturas extremas.
(4)Variación de entropía en cada transformación, en unidades del Sistema Internacional

PROBLEMA 3. SOLUCIÓN

Como el gas es monoatómico: $c_v = \frac{3}{2}R$, $c_p = \frac{5}{2}R$, $\gamma = \frac{5}{3}$



El ciclo descrito se muestra en la figura, en el que para el tramo 12, V=10 l. Para el tramo 23, $pV^{\gamma} = cte$. para el tramo 31, p=1 atm. Con esto, y teniendo en cuenta la ecuación de los gases ideales (pV =nRT), se construye la siguiente tabla:

	p (atm)	V (l)	T (k)
1	1	10	121'95
2	3	10	365'85
3	1	19'33	235'75

(2) El rendimiento será:

$$\eta = \frac{W}{Q_{abs}} = \frac{Q_{abs} + Q_{ced}}{Q_{abs}} = 1 + \frac{Q_{ced}}{Q_{abs}}$$

$Q_{12} = nc_v(T_2 - T_1) = 30 atm \cdot l > 0 \Rightarrow$ absorbido.

$Q_{23} = 0$ por ser transformación adiabática

$Q_{31} = nc_p(T_1 - T_3) = -23'33 atm \cdot l < 0 \Rightarrow$ cedido.

Así: $\eta = 0'222 = 22'2\%$

El trabajo es $W = Q_{abs} + Q_{ced} = 6'67 atm \cdot l = 675'7 J$

(3)El rendimiento de Carnot es: $\eta(Carnot) = 1 - \frac{T_f}{T_c} = 1 - \frac{121'95}{365'85} = 0'667 = 66'7\%$

(4)Para la variación de entropía empleamos la fórmula general: $\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T}$

$$\Delta S_{12} = \int_1^2 \frac{nc_v dT}{T} = nc_v \ln \frac{T_2}{T_1} = 0'135 \frac{atm \cdot l}{K} = 13'7 \frac{J}{K}$$

$\Delta S_{23} = 0$, por ser adiabático

$$\Delta S_{31} = \int_1^2 \frac{nc_p dT}{T} = nc_p \ln \frac{T_1}{T_3} = -0'135 \frac{atm \cdot l}{K} = -13'7 \frac{J}{K}$$

Como debe ser, la variación total de entropía es nula.

Fuente: Enunciados pertenecientes a exámenes de la UPV.