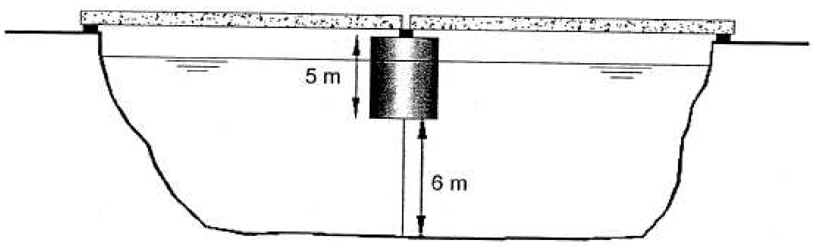
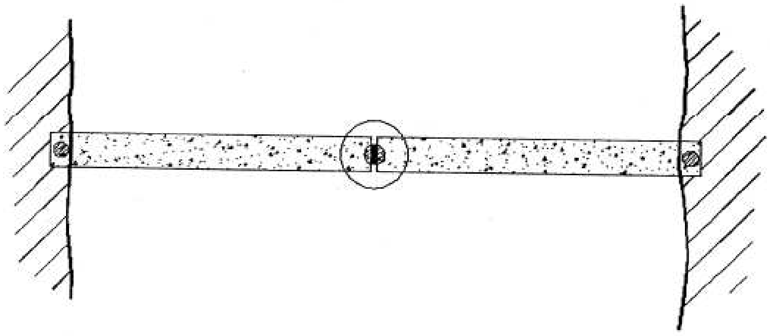
PARCIAL 1 – PROBLEMA 1 – MECÁNICA DE FLUIDOS

Tiempo máximo: 1 hora – Puntuación: 25%

Para atravesar un río se construye un pontón provisional con dos pasarelas de 2 Tn cada una. Ambas apoyan uno de sus extremos en la margen correspondiente, y el otro en una boya central formada por un cilindro de 3 m de diámetro y 5 m de altura, cerrado en su totalidad con chapa de acero 3 mm de espesor (ρacero= 7.1), y que está anclada al fondo del cauce con un cable de 6 m.

Por el puente se prevé el paso de un camión de 8 Tn. Calcular el nivel de agua mínimo que debe haber en el río para asegurar que no se producirá el vuelco del pontón al paso del vehículo. Considerar el peso del camión como carga puntual.



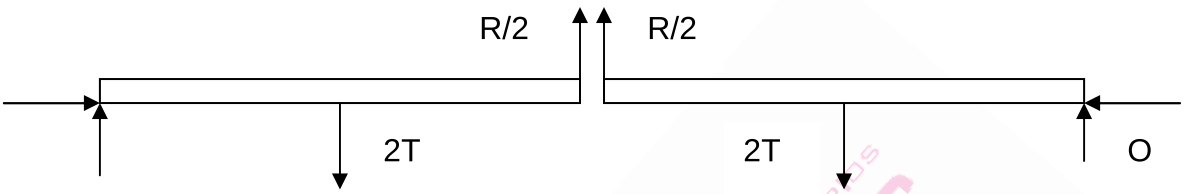


Nota: Los apoyos son simples, sin ningún tipo de empotramiento. Despreciar el efecto transversal de la corriente en el cálculo de la estabilidad.

1.- Aislamos el flotador para ver las fuerzas que actúan sobre el mismo.

La pasarela le transmite al flotador, en la situación más desfavorable para la flotación, o sea, cuando el camión está justo en el centro de la misma, toda la carga del camión:

Reacción de la pasarela:



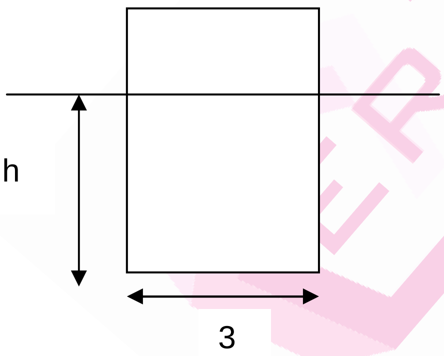
Planteando el equilibrio de momentos en O:

$\Sigma M_O=0$;   2*L/2=R/2*L; $\longrightarrow$ R=2T; R=2*10^3*9,81= 19.620 N

Peso propio del flotador:

$$P=\gamma_{acero} * V = 7.100 * 9{,}81 * 3 * 10^{-3}\left[\frac{2*\pi*3^2}{4}+5*2\pi*\frac{3}{2}\right]; P = 12.787{,}63N$$

Empuje del agua, en función de la profundidad h a que esté sumergido el flotador:

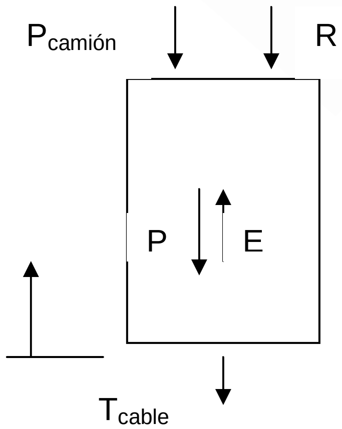


$$E=\gamma_{agua} * V_C$$

$$V_C = \frac{\pi * 3^2}{4} * h = 7{,}069 * h$$

$$E = 10 * 10^4 * 7{,}069 * h = 70.690 * hN$$

2.- Equilibrio de fuerzas verticales sobre el flotador:



$$P_{camión} = 8 * 10^3 * 9{,}81 = 78.480N$$

Como hemos dicho, la situación más desfavorable es cuando el camión está sobre el flotador, transmitiendo todo su peso al mismo. En esta situación tendremos la siguiente expresión del equilibrio:

$$P_{camión} + R + P + T = E$$

$$78.480 + 19.600 + 12.787{,}6 + T = 70.690 * h \quad (1)$$

Hallando la z del centro de gravedad del flotador sumergido:

$$Z_G = \frac{P*(5/2) + 5*R*T*0 + 5*P_{camión}}{E} = 7{,}39*h$$

Calculamos ahora μc y Z_C, que intervienen en la condición de estabilidad de la flotación.

$$V_C = 7{,}069 m^3$$

$$I_{OO} = \frac{\pi D^2}{64} = 3{,}967 m^4$$

$$\mu c = \frac{I_{OO}}{V_C} = \frac{3{,}967}{7{,}069*h} = \frac{0{,}5624}{h}$$

$$Z_C = \frac{h}{2}$$

3.- Condición de flotación:

Para la condición de flotación no se incluye la tensión del cable, puesto que en la situación más desfavorable, ésta es nula (el flotador tiende a hundirse por el peso del camión).

$$78.480 + 19.600 + 12.787{,}6 = 7.069 * h$$

$$h_{\min} = 1{,}57 m$$

4.- Condición de estabilidad de la flotación:

$$\mu c + Z_C \geq Z_G$$

$$\frac{h}{2}+\frac{0{,}5624}{h}\geq\frac{7{,}39}{h};\frac{h}{2}\geq\frac{6{,}38}{h};h^2\geq 13{,}66;h_{\min}=3{,}696\geq 1{,}57$$

Como vemos, la condición de estabilidad de la flotación es más restrictiva, por tanto el nivel de agua mínimo para que la flotación se produzca de manera estable será:

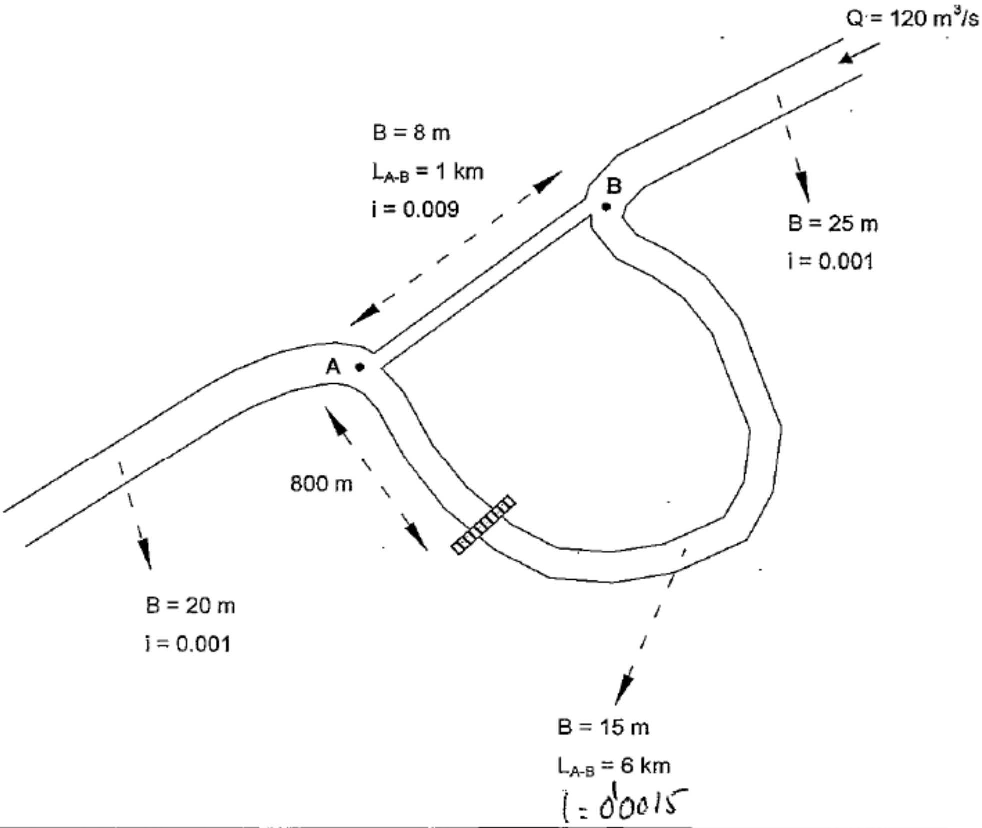
$$h=3{,}696+6=9{,}696m$$

PARCIAL 1 – PROBLEMA 2 – FLUJO EN L. LIBRE

Tiempo máximo: 1 hora 15 minutos – Puntuación: 35%

En el meandro de un río se realiza una corta fluvial de 1 km de longitud según se muestra en la figura, en la que se indican las características de cada uno de los tramos, que se consideran todos rectangulares y con rugosidad n=0.019. En el interior del meandro existe una compuerta a 800 metros aguas arriba del nudo A, cuya apertura es de 0.9 metros y su coeficiente de contracción de 0.8.

En caso de tener un caudal de 120 m³/s en el cauce principal, se pide determinar el reparto de caudales y obtener el perfil de la superficie libre en todos los tramos, ubicando los posibles resaltos.



En primer lugar determinaremos los calados característicos de los tramos de río aguas arriba y aguas abajo del meandro, y caracterizaremos así la pendiente de ambos tramos:

1.- Cauce principal, aguas arriba del meandro:

Calado normal:

$$y_{n1};120=\frac{25*y_{n1}}{0,019}*\left(\frac{25*y_{n1}}{25+2*y_{n1}}\right)^{\frac{2}{3}}*0,001^{\frac{1}{2}};y_{n1}=2,004m$$

Calado crítico:

$$y_{C1}=\sqrt[3]{\frac{\left(\frac{120}{25}\right)^2}{9,81}}=1,329m.$$

Como $y_{C1}\leq y_{n1}\longrightarrow$ PENDIENTE SUAVE

1.- Cauce principal, aguas abajo del meandro:

Calado normal:

$$y_{n2};120=\frac{20*y_{n2}}{0,019}*\left(\frac{20*y_{n2}}{20+2*y_{n2}}\right)^{\frac{2}{3}}*0,0015^{\frac{1}{2}};y_{n2}=2,349m$$

Calado crítico:

$$y_{C2}=\sqrt[3]{\frac{\left(\frac{120}{20}\right)^2}{9,81}}=1,542m.$$

Como $y_{C2}\leq y_{n2}\longrightarrow$ PENDIENTE SUAVE

Entonces tenemos **TRES POSIBLES CONTROLES** del flujo:

1) Régimen uniforme aguas arriba del meandro; y_{n1} (longitud río indefinida)
2) Régimen uniforme aguas abajo del meandro; y_{n2} (longitud río indefinida)
3) Compuerta en el meandro; que equivale a imponer el calado $y=C_C$*W.

Adoptamos las siguientes hipótesis:

1ª HIPÓTESIS: Dado que la pendiente es suave aguas abajo, empezamos a controlar el flujo desde aguas abajo.
2ª HIPÓTESIS: Imponemos la igualdad de energías específicas en todas las secciones de los nudos A y B, de bifurcación y confluencia del meandro.

Con estas hipótesis, la operativa sería la siguiente:

a) En el nudo A imponemos igualdad de energías específicas en las tres secciones.

   $H_{0nA} = H_{0Acorta} = H_{0Ameandro}$, donde H_{0nA} es la energía específica del régimen uniforme aguas debajo de A (calculada con el calado normal).

   Con la ecuación $H_{0nA} = H_{0Ameandro}$ obtenemos el calado al final del meandro y_{AM}.

b) Resolvemos el flujo en la compuerta, suponiendo desagüe libre, y obtenemos y_0. Con y_0, desarrollamos una curva de remanso S1 hacia aguas arriba (y_0 depende del caudal en el meandro Q_M)

c) Comprobamos la hipótesis de desagüe libre, desarrollando una curva de remanso S1 hacia la compuerta, calculando el calado aguas debajo de la misma, y viendo si es mayor que el calado conjugado de y_0 (ecuación de Bèlanger). Seguimos necesitando Q_M para plantear esta ecuación.

d) Desarrollamos la curva de remanso S1 desde la compuerta hacia aguas arriba, hasta llegar al calado normal en el meandro (Seguimos necesitando Q_M para desarrollar esta curva).

e) Comprobar que la energía específica en la bifurcación es igual, calculada por los dos lados

Como vemos, es necesario el caudal Q_M para desarrollar toda la operativa del problema, por lo cual habrá que suponer un reparto de caudales, y actuar por tanteos, hasta que se cumpla la condición e) de igualdad de energías en B.

Entonces, el proceso a seguir será el siguiente;

1) Suponer un reparto de caudales por la corta y el meandro que cumpla la ecuación de continuidad, es decir $Q_C+Q_M=120$ $m^3/s.$, siendo:
   - Q_C el caudal por la corta.
   - Q_M, el caudal por el meandro.

2) Resolver el tramo del meandro, con la hipótesis de desagüe libre en la compuerta, y comprobar la hipótesis como en c)
3) Obtener el calado en el nudo B (y_{BM}) como se ha descrito en d), y obtener con dicho calado la energía en el nudo B (H_{0BM}), calculada en la sección del meandro.

4) Resolver el tramo de la corta, y hallar el calado en el nudo B, para lo cual habrá que suponer un régimen de funcionamiento en la corta, en función del tipo de pendiente que resulte en la corta para el caudal de tanteo, que será:

   a) Una curva S1 en toda su longitud, si la pendiente resulta suave.
   b) Una curva F1 desde el nudo B, hasta llegar a A en régimen lento, compatibilizando ambos regímenes con un resalto hidráulico. Entonces podemos imponer el calado crítico en el punto B, ya que se pasa de un régimen lento de llegada a un régimen rápido.

Con el calado en B obtenido en el punto 4), calculamos la energía específica en el nudo B, en la sección de la corta H_{0BC}, y comprobamos la hipótesis de igualdad de energías en B; $H_{0BM}= H_{0BC}$. Si se cumple esta hipótesis ya está resuelto el problema, y si no, hay que proceder a un nuevo tanteo.

Dado que la relación de anchuras de canal entre el meandro y la corta es de 1,8, podemos empezar tanteando con caudales cuya relación sea 1,8.

Ahora desarrollamos el resultado de la última iteración.

Hacemos Q_C = 45,4 y Q_M=74,6 m^3/s respectivamente (Q_C+Q_M=120 m^3/s).

La pendiente del meandro será:

Calado normal:

$$yn_M ;74,6 = \frac{15 * y_{nM}}{0,019} * \left(\frac{15 * y_{nM}}{15 + 2 * y_{nM}} \right)^{\frac{2}{3}} * 0,0015^{\frac{1}{2}} ; y_{nM} = 1,867m$$

Calado crítico:

$$y_{CM} = \sqrt[3]{\frac{\left(\frac{74,6}{15}\right)^2}{9,81}} = 1,361m.$$

Como $y_{CM} \leq y_{nM} \longrightarrow$ PENDIENTE SUAVE

La pendiente de la corta será:

Calado normal:

$$yn_C ;45,4 = \frac{8 * y_{nC}}{0,019} * \left(\frac{8 * y_{nC}}{8 + 2 * y_{nC}} \right)^{\frac{2}{3}} * 0,009^{\frac{1}{2}} ; y_{nC} = 1,199m$$

Calado crítico:

$$y_{CC}=\sqrt[3]{\frac{\left(\frac{45{,}4}{8}\right)^2}{9{,}81}}=1{,}486m.$$

Como $y_{CC}\geq y_{nC}\longrightarrow$ PENDIENTE FUERTE

Entonces estamos en el caso b), suponemos que la corta funciona en régimen rápido e imponemos calado crítico en B. Controlamos el flujo desde aguas abajo.

Hacemos $y_A=y_{n2}$, y calculamos $H_{0A}=H_{0n2}$ en el nudo A con el calado normal y_{n2}

$$H_{0A}=2{,}349+\frac{120^2}{(2{,}349+20)^2*2*9{,}81}=2{,}6815m$$

El calado en la sección final del meandro se calcula a partir de la ecuación (tendremos dos soluciones, una rápida y otra lenta)

$$H_{0A}=H_{0AM}=2{,}6815m=y_{AM}+\frac{74{,}6^2}{(15*y_{AM})^2*2*9{,}81}\longrightarrow$$

$$\longrightarrow y_{AM}^3-2{,}6815*y_{AM}^2+1{,}2607=0\longrightarrow\left(\frac{y_{AML}=2{,}476m}{y_{AMR}=0{,}824m}\right.$$

El calado en la sección inicial de la corta (nudo B) se calcula a partir de la ecuación:

$$H_{0A}=H_{0AC}=2{,}6815m=y_{AC}+\frac{45{,}4^2}{(8*y_{AC})^2*2*9{,}81}\longrightarrow$$

$$\longrightarrow y_{AC}^3-2{,}6815*y_{AC}^2+1{,}6415=0\longrightarrow\left(\frac{y_{ACL}=2{,}395m}{y_{ACR}=0{,}983m}\right.$$

El flujo en la compuerta, suponiendo desagüe libre, viene dado por las ecuaciones:

$$Q=74{,}6=Cd*W*B*\sqrt{2*g*y_0}=\frac{0{,}8}{\sqrt{1+0{,}8*\frac{0{,}9}{y_0}}}*0{,}9*15*\sqrt{2*9{,}81*y_0}\rightarrow$$

$$\rightarrow 74{,}6=\frac{47{,}84*\sqrt{y_0}}{\sqrt{1+\frac{0{,}72}{y_0}}}\rightarrow y_0=3{,}013m.$$

Comprobación de la hipótesis de desagüe libre: el calado aguas arriba de la compuerta obtenido desarrollando la curva de remanso S1 desde el nudo A resulta:

$$\left\{\begin{array}{l} X=0 \\ \\ y=2{,}476 \end{array}\right. \qquad \xrightarrow[\Delta x \geq 0;\, \Delta y \leq 0]{\text{Curva S1}} \qquad \left\{\begin{array}{l} \Delta x=800 \text{ m.} \\ \\ y? \end{array}\right.$$

y=1,985 m. (resolución por diferencias finitas con programa Channel)

El calado conjugado del de salida de la compuerta (y=Cc*W) deberá ser mayor que 1,985 para que haya desagüe libre

y=Cc*W=0,8*0,9=0,72

$$y_{conj}(0{,}72) = \frac{0{,}72}{2} * \left(\sqrt{1 + 8 * \left(\frac{7{,}46^2}{15^2 * 0{,}72^2 * 9{,}81} \right)} - 1 \right) = 2{,}311 m.$$

Puesto que **2,311 > 1,985 queda comprobada la hipótesis de desagüe libre.**

Aguas arriba de la compuerta se desarrollará una curva S1, que tenderá al calado normal y_{nM}=1,867.

$$\left\{\begin{array}{l} X=0 \\ \\ y=3{,}013 \end{array}\right. \qquad \xrightarrow[\Delta x \geq 0;\, \Delta y \leq 0]{\text{Curva S1}} \qquad \left\{\begin{array}{l} \Delta x=? \\ \\ y=1{,}867 \text{ m.} \end{array}\right.$$

Δx=2.990 m.<5.200m., por lo que el calado normal se alcanza antes de la bifurcación, dentro del desarrollo del meandro. Ello significa que llegamos al nudo B con el calado normal y_{nM}=1,867.

Calculando la energía específica en la sección del meandro del nudo B

$$H_{0BM} = 1{,}867 + \frac{74{,}6^2}{(1{,}867 * 15)^2 * 2 * 9{,}81} = 2{,}229 m.$$

Antes de resolver el tramo de la corta, como hemos impuesto en el nudo B, en la sección de la corta, el calado crítico, podemos calcular la energía del nudo B en dicha sección, y hacer la comprobación de validez del tanteo.

$H_{0BC} = \frac{3}{2} * y_{CC} = 1{,}5 * 1{,}486 = 2{,}229 m.$, por ser sección rectangular.

Como $H_{0BM} = H_{0BC}$, la hipótesis inicial es cierta, y esto da por válido el reparto de caudales supuesto. Ello contesta al primer apartado.

Ahora resolvemos el funcionamiento de la corta, para obtener el perfil acotado de la lámina libre.

Partiendo del nudo A (controlamos el flujo en la corta desde aguas arriba puesto que funciona en régimen rápido, y el control es el calado crítico) desarrollamos una curva de remanso F2 desde el calado crítico hacia el calado normal.

$$\left\{ \begin{array}{l} X=0 \\ \\ y=y_C=1{,}486 \end{array} \right. \quad \begin{array}{c} \text{Curva F2} \\ \\ \Delta x \geq 0; \Delta y \leq 0 \end{array} \longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \Delta x=? \\ \\ y=yn=1{,}199 \text{ m.} \end{array} \right.$$

Δx=180 m.

El calado normal se alcanza a los 180 m de la sección B, y se mantendrá hasta acabar en el resalto hidráulico que supone el tránsito al régimen lento de llegada al nudo A. El calado final del resalto será el conjugado del calado normal.

$$y_{conj}(1{,}199) = \frac{1{,}199}{2} * \left(\sqrt{1 + 8 * \left(\frac{45{,}4^2}{8^2 * 1{,}199^2 * 9{,}81} \right)} - 1 \right) = 1{,}8162m.$$

Desde el nudo A, cuyo calado es 2,395 m. (el correspondiente a la solución en régimen lento de las dos halladas), se desarrollará una curva de remanso F1 hasta alcanzar el calado conjugado del normal (1,8162 m.)

$$\left\{ \begin{array}{l} X=0 \\ \\ y=2{,}395 \end{array} \right. \quad \begin{array}{c} \text{Curva F1} \\ \\ \Delta x \leq 0; \Delta y \leq 0 \end{array} \longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \Delta x=? \\ \\ y=1{,}816 \text{ m.} \end{array} \right.$$

Δx=60 m.

En el tramo de río aguas arriba del nudo B, el calado se obtiene de la energía

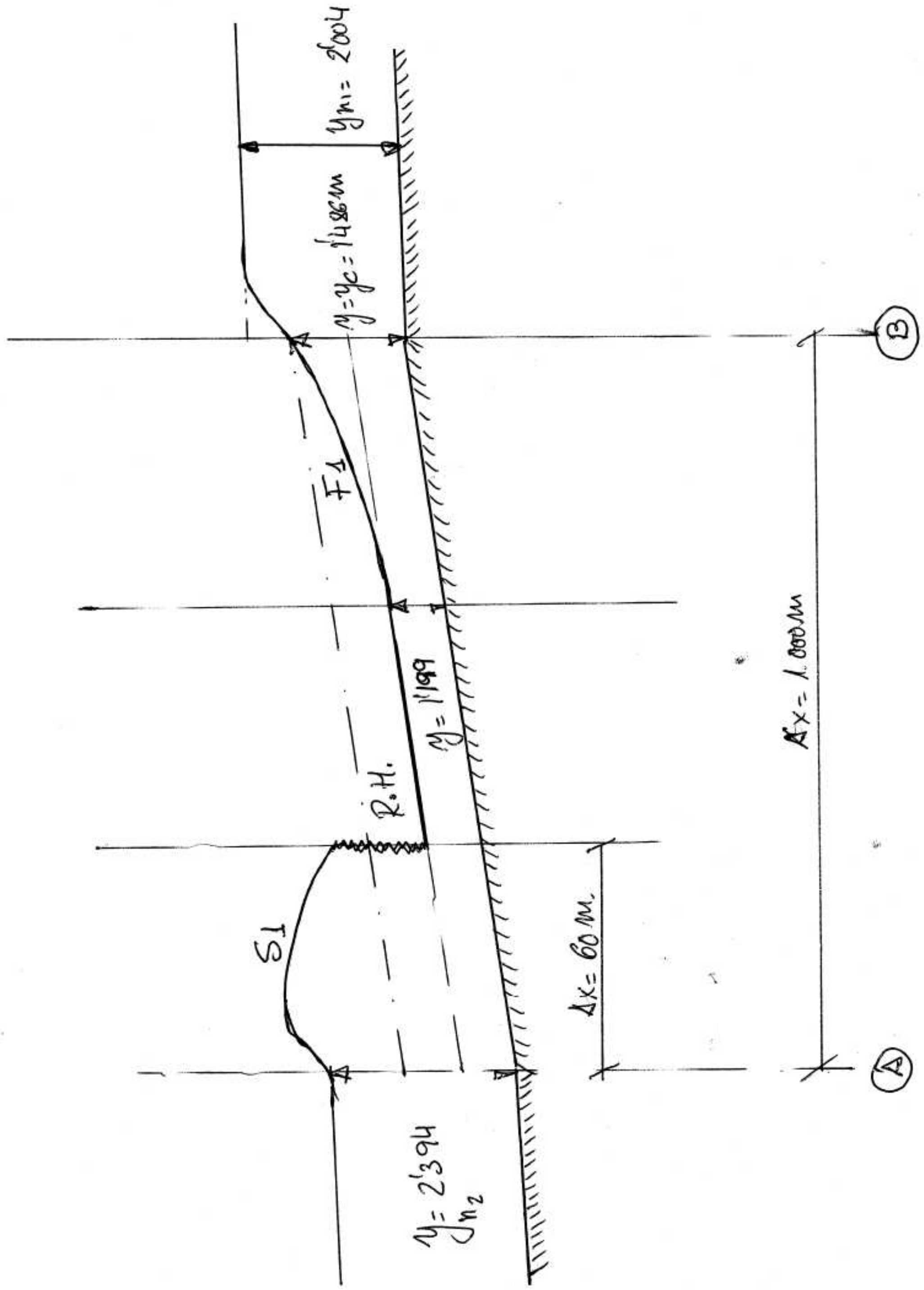
$$2{,}229m = y + \frac{120^2}{(25 * y)^2 * 2 * 9{,}81} \longrightarrow y^3 - 2{,}229 * y^2 + 1{,}1743 = 0 \longrightarrow y = 1{,}906m.$$

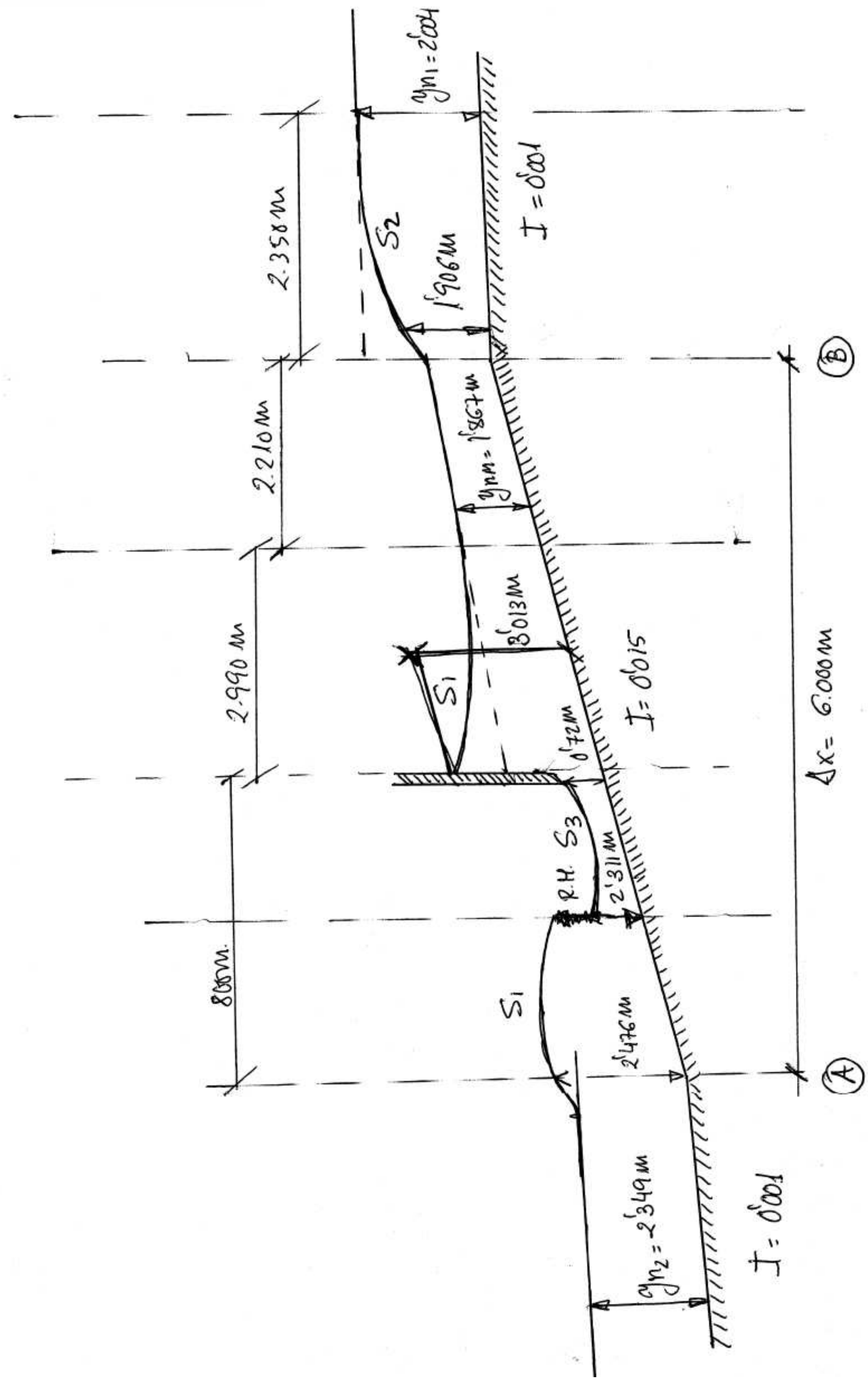
Como 1,906<y_{n1}=2,004, se desarrollará una curva de remanso S2 hasta alcanzar el calado normal. El desarrollo en x de dicha curva será el siguiente:

$$\left\{\begin{array}{l} X=0 \\ \\ y=1{,}906 \end{array}\right. \quad \underset{\Delta x \leq 0; \Delta y \geq 0}{\text{Curva S2}} \longrightarrow \left\{\begin{array}{l} \Delta x=? \\ \\ y=y_n=2{,}004 \text{ m.} \end{array}\right.$$

Δx=2.350 m.

EL perfil de la lámina libre en la corta y el meandro y en los tramos de río principales, será el que se muestra acotado en las páginas siguientes, respectivamente (primero el de la corta, y luego el del meandro con los tramos de río principales en los extremos):


yn1= 2'004
y=yc=1'486m
F1
R.H.
y= 1'199
S1
y= 2'394
yn2
Δx= 60 m.
Δx= 1.000m
A
B



Fuente: enunciados correspondientes a exámenes de diferentes años de la Universidad Politécnica de Valencia.