FÍSICA
DIPLOMATURA EN ÓPTICA Y OPTOMETRÍA

1.- Definición de Campo Conservativo.

Calcula el gradiente, divergencia y rotacional del siguiente campo de fuerzas. $F = (2xy, 3zy^2, z)$. Decir si dicho campo de fuerzas es un campo conservativo.

2.- Enuncia el principio de Arquímedes.

Determinar el volumen de una corona supuestamente de oro que tiene una fuerza peso de 5 N en el aire y una fuerza peso aparente de 4.72 N cuando está totalmente sumergida en agua. Comparar su peso con una realmente de oro. Datos: densidad del agua: 1000 kg/m^3, densidad del oro: 19300 kg/m^3.

3.- Demuestra la ecuación de la velocidad de sedimentación de una partícula en el seno de un fluido real.

4.- Se vierte agua en un depósito en el que hay dos tubos capilares de 25 y 100 mm de diámetro respectivamente. Una vez alcanzado el equilibrio, el líquido se encuentra 8 cm por debajo en el primero respecto al segundo. Determinar el ángulo de contacto sólido-líquido. Datos: $\sigma = 0'4 N/m$, $\rho = 2500\ kg/m^3$.

5.- Demuestra que la siguiente ecuación corresponde a la ecuación de una onda.

$$y = A \cos (kx - wt - B), \text{ siendo B una constante}$$

6.- Diferencia entre intensidad, nivel de intensidad y sensación sonora, indicando en qué unidades se mide cada una, así como la ecuación que la regula.

Si conecto un altavoz de 60 dB con otro de 70 dB, ¿cuál es la suma en dB de los dos altavoces conectados juntos?.

7.- Un electrón penetra en un selector de velocidad con un campo eléctrico de 30 N/C y un campo magnético de 2 T, a continuación penetra en un región del espacio en donde actúa un campo magnético perpendicular a la dirección de la trayectoria de la partícula, curvándose su trayectoria con un radio de curvatura de 0'5 m. Calcula el campo magnético necesario para que ocurra esto.

1) Se dice que un campo es conservativo cuando al calcular el rotacional de dicho campo de fuerzas, da el vector nulo. Que un campo de fuerzas sea conservativo implica que éste deriva de un potencial: $\boxed{\vec{F} = -\vec{\nabla} V}$.

Ahora procederemos a calcular el gradiente, divergencia y rotacional de un campo de fuerzas. En primer lugar ya podemos decir que el gradiente de un campo de fuerzas vectorial no existe.

La divergencia del campo de fuerzas es:

$$\vec{\nabla}\,\vec{F} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)(2xy, 3zy^2, z) = \frac{\partial}{\partial x}(2xy) + \frac{\partial}{\partial y}(3zy^2) + \frac{\partial}{\partial z}(z) = 2y + 0 + 1 = 2y + 1$$

El rotacional del campo de fuerzas será:

$$\vec{\nabla} x \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 2xy & 3zy^2 & z \end{vmatrix} = (-3y^2, 0, -2x)$$

Además como el rotacional no me da el vector nulo éste no será un campo de fuerzas conservativo.

2) El principio de Arquímedes se enuncia de la siguiente manera:
"Todo cuerpo sumergido en un fluido experimenta un fuerza vertical y hacia arriba denominada empuje que es igual al peso del líquido desalojado"

$$\boxed{E = \rho_{fluido} g V_{sumergido}}$$

La resolución del problema será la siguiente:

Datos:

Peso en el aire: 5N
Peso en el agua: 4'72N
ρ_{agua}: 1000 Kg/m³
ρ_{corona}: 19300 Kg/m³

$$P_{agua} = P_{aire} - E$$

$$E = 0'28N$$

Aplicando la definición de empuje y sabiendo que está totalmente introducido en agua:

$$E = \rho_{fluido} g V_{sumergido} = \rho_{fluido} g V_{total} = 0'28N$$

Despejando el volumen total tenemos:

$$\boxed{V_{total} = 2'85x10^{-5}\ m^3}$$

Ahora averiguaremos si la corona es de oro, para ello en primer lugar calcularemos la masa de la corona a partir del peso en el aire:

$$P = m.g \rightarrow m = \frac{P}{g} = \frac{5}{9'8} = 0'51 \text{ Kg}$$

Ahora podremos calcular la densidad de la corona y si da parecida a la densidad del oro, será de oro.

$$\boxed{\rho = \frac{m}{V} = \frac{0'51}{2'85x10^{-5}} = 17901'89 \text{ Kg/m}^3}$$

Comparando con la densidad del oro podemos observar que bajo un cierto error la corona sí que es de oro.

3) A causa de la viscosidad del fluido, éste ejerce una fuerza de rozamiento sobre cualquier cuerpo que se mueva en su seno.

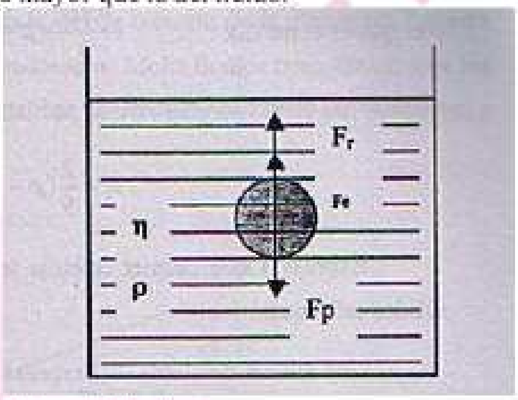
Se ha comprobado experimentalmente que si el movimiento del fluido es claramente laminar (N_R<1) la fuerza de rozamiento es:

$$F_r = -fv$$

En el caso de producirse turbulencias en lugar de existir una relación lineal con la velocidad se produciría una relación cuadrática:

$$F_r = -fv^2$$

Consideremos que el movimiento del sólido está causado por su propio peso, debido a que su densidad es mayor que la del fluido.



Según la segunda ley de Newton:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$
$$P - E - F_r = ma$$
$$P - E - fv = ma$$

Llegará un momento en el cual el sólido adquiera una velocidad de bajada constante a lo largo del fluido ($a = 0$ m/s²), recibiendo el nombre de velocidad de sedimentación ($v = v_s$).

$mg - \rho_f V_c g = fv_s$ (1)

$$v_s = \frac{m - \rho_f V_s}{f}$$

Definimos el parámetro S como una constante para el sólido y fluidos estudiados, recibiendo el nombre de constante de sedimentación:

$$S = \frac{m - \rho_f V_c}{f}$$

Quedando la expresión anterior como:

$$Sg = v_s$$

En el caso de los sólidos esféricos, Stokes demostró que $f = 6\pi r\eta$; siendo r el radio del cuerpo, definiéndose así la fuerza de rozamiento de Stokes:

$$F = -6\pi r\eta v$$

Sustituyendo esta expresión en (1) obtenemos:

$$mg - \rho_f V_c g = 6\pi r\eta v_s$$
$$\rho_c V_c g - \rho_f V_c g = 6\pi r\eta v_s$$
$$V(\rho_c - \rho_f)g = 6\pi r\eta v_s$$
$$({}^4/_3\,\pi r^3)(\rho_c - \rho_f)g = 6\pi r\eta v_s$$

Despejando obtenemos la velocidad de sedimentación de las partículas sólidas esféricas:

$$\boxed{v_s = {}^2/_9\,(\rho_c - \rho_f)r^2 g/\eta}$$

4) Procederemos al cálculo del problema:

Datos:

$D_1 = 25$ mm------------- $R_1 = 12'5\text{x}10^{-3}$ m
$D_2 = 100$ mm----------- $R_2 = 50\text{x}10^{-3}$ m
$h_1\text{-}h_2 = 8\text{x}10^{-2}$ m
ρ_{agua}: 1000 Kg/m³

Aplicaremos la ley de Jurin a ambos casos:

$$h_1 = \frac{2\sigma\cos\alpha}{\rho g R_1}$$
$$h_2 = \frac{2\sigma\cos\alpha}{\rho g R_2}$$

Ahora restamos ambas expresiones:

$$h_1 - h_2 = \frac{2\sigma\cos\alpha}{\rho g}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

Despejando el ángulo de contacto:

$$\alpha = \cos^{-1}\left[\frac{\rho g}{2\sigma}(h_1 - h_2)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)^{-1}\right]$$

Sustituyendo por los datos del problema:

$$\boxed{\alpha = 37^{\circ}}$$

5) Para que una ecuación cumpla la ecuación de ondas debe cumplir la siguiente la ecuación de ondas:

$$\boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}}$$

Por lo tanto tenemos que calcular las derivadas parciales de la ecuación:

$$y = A\cos(kx - wt - B)$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = Aw\,\mathrm{sen}(kx - wt - B)$$
$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -Aw^2\cos(kx - wt - B)$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = -Ak\,\mathrm{sen}(kx - wt - B)$$
$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -Ak^2\cos(kx - wt - B)$$

Sustituyendo estos valores en la ecuación de ondas tenemos:

$$-Aw^2\cos(kx - wt - B) = -v^2Ak^2\cos(kx - wt - B)$$

Eliminando los términos que se repiten a izquierda y derecha y quitando los cuadrados:

$$w = vk \rightarrow \boxed{v = \frac{w}{k}}$$

Condición que cumplen las ondas ya que éstas se propagan con esta velocidad en el espacio. Por tanto la ecuación anterior cumple la ecuación de ondas.

6) Definimos la intensidad de un sonido como:

$$I = \frac{P}{4\pi R^2} \text{ cuyas unidades son } {}^{W}/_{m^2}$$

El nivel de intensidad se define como:

$$S = 10\log\frac{I}{10^{-12}} \text{ cuyas unidades son los decibelios (dB)}$$

La sensación sonora se define como la respuesta que tiene el oído ante un sonido y se calcula a partir de las curvas de audición, cuyas unidades son los fones.

Pasamos a calcular la cuestión práctica. Como se sabe los decibelios no se pueden sumar, así que primero los pasamos a intensidades con la ecuación del nivel de intensidad:

$$\left.\begin{matrix} S = 60\text{ dB} \rightarrow I = 1x10^{-6}\text{ W/m}^2 \\ S = 70\text{ dB} \rightarrow I = 1x10^{-5}\text{ W/m}^2 \end{matrix}\right\} \rightarrow I_{total} = 1'1x10^{-5}\text{ W/m}^2$$

Y ahora la intensidad total, la pasamos a decibelios, dando como resultado:

$$\boxed{S = 70'41\text{dB}}$$

7) Partimos del selector de velocidades, donde conocemos la velocidad que debe llevar el electrón para que no se curve:

$$v = \frac{E}{B}$$

$$v = \frac{30}{2} = 15\ \mathrm{m/s}$$

Con esta velocidad el electrón penetra en un campo magnético donde se curva la partícula ya que éste campo es perpendicular a la dirección de la velocidad que es tangente a la trayectoria.

$$B = \frac{mv}{Rq}$$

Conociendo los valores de la masa del electrón y de la carga del electrón, se obtiene el campo magnético pedido.

$$B = \frac{9'1x10^{-31}.15}{0'5.1'6x10^{-19}}$$

$$\boxed{B = 1'7x10^{-10}T}$$

Fuente: enunciados correspondientes a exámenes de diferentes años de la Universidad de Valencia.