CENTRO DE ESTUDIOS UNIVERSITARIOS
ERASMUS web

# EXAMEN DE SISTEMAS Y SEÑALES
# INGENIERÍA EN INFORMÁTICA

**1.-** Definición de filtro Butterworth y pasos a seguir para su diseño.

**2.-** Dado un sistema con entrada x(t) y salida y(t) = x(2-t), determinar si dicho sistema es:
a)Con memoria; b)Estable; c) Causal; d) Lineal; e) Invariante con el tiempo.

**3.-** Encontrar la transformada inversa de Laplace de X(s) = $\frac{2s^2+10s+11}{s^2+5s+6}$.

**4.-** Dada la siguiente respuesta para un sistema: h[n] = $2\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} u[n-1]$. Determinar la función de transferencia H(z) y la ecuación en diferencias que representa a dicho sistema.



VALENCIA
C/ Ramón Llull, 19 - Bajo · TEL.: 96 339 25 49
TODO UN EQUIPO PARA AYUDARTE A APROBAR
BURJASSOT
TEL.: 96 363 76 62 · C/ Passeig de Rajolar, 6

**SOLUCIONES**:

**1.-** El filtro Butterworth es uno de los filtros electrónicos más básicos, diseñado para producir la respuesta más plana que sea posible hasta la frecuencia de corte. La salida se mantiene constante casi hasta la frecuencia de corte, luego disminuye a razón de 20n dB por década. (n es el orden del filtro y el número de polos de éste).

Pasos a seguir en el diseño de un filtro Butterworth:

1.) Identificar los parámetros $\delta_1$, $\delta_2$, $\omega_p$, $\omega_s$, $R_p$, $R_s$.
2.) Calcular el orden del filtro (n) a partir de $\delta_1$ , $\delta_2$ , $\omega_p$ , $\omega_s$ o bien de $\omega_p$ , $\omega_s$ , $R_p$, $R_s$ . (Redondear n al entero superior más próximo).
3.) Obtener el polinomio P(s) correspondiente al orden n calculado de la tabla de polinomios Butterworth.
4.) El filtro pasobajo normalizado se forma como H (s) = $\frac{1}{P(s)}$
5.) Calcular la frecuencia de corte $\omega_c$ del filto.
6.) El filtro pasobajo de frecuencia de corte $\omega_c$ se calcula sustituyendo $s \rightarrow s/\omega_c$

**2.-** a) El sistema es **Sin memoria**, ya que la salida sólo depende del valor de la entrada en ese instante.
b) Es **estable**, ya que para entradas limitadas en amplitud, la salida también está limitada. Lo único que estamos haciendo aquí es una inversión temporal y un adelanto en el tiempo de la señal de entrada, pero estas operaciones no modifican la amplitud.
c) Es **No causal**, ya que al estar adelantada en el tiempo la salida, necesitamos de valores futuros de la señal de entrada para saber la salida.
d) Es **Lineal**, ya que cumple el principio de superposición.
e) Es **Invariante en el tiempo**, ya que $T(x(t-t_d)) = x((t-t_0)-t_d) = x((t-t_d)-t_0) = y(t-t_d)$.

**3.-** X(s) = $\frac{2s^2+10s+11}{s^2+5s+6}$ ; tiene dos polos reales: $d_1 = -2$ y $d_2 = -3$

$$\frac{2s^2+10s+11}{s^2+5s+6} = \frac{2s^2+10s+11}{(s+2)(s+3)} = \frac{2(s+2)(s+3)-1}{(s+2)(s+3)} = 2 - \frac{1}{(s+2)(s+3)}$$

$\frac{1}{(s+2)(s+3)} = \frac{A_1}{s+2} + \frac{A_2}{s+3}$ Igualando ambos numeradores, llegamos al siguiente sistema:

$A_1 + A_2 = 0$
$3A_1 + 2A_2 = 1$ Resolviendo el sistema: $A_1 = 1$ y $A_2 = -1$

Por lo tanto, la solución será:

x(t) = 2 + $\left[e^{-3t} - e^{-2t}\right]u(t)$


VALENCIA C/ RAMÓN LLULL, 19 - BAJO · TEL.: 96 339 25 49
TODO UN EQUIPO PARA AYUDARTE A APROBAR
BURJASSOT TEL.: 96 363 76 62 · C/ PASSEIG DE RAJOLAR, 6

**4.-** Dada h[n] = 2 $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} u[n-1]$, el primer paso a seguir es hallar la transformada z de esta respuesta al impulso para poder encontrar así la función de transferencia. Para ello haremos uso de la propiedad de "corrimiento en el tiempo":

h [n-k] ↔ $z^{-k}$ H(z)

h[n] = 2 $\left(\frac{1}{2}\right)^{n} u[n] \leftrightarrow H(z) = 2\frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}$

En nuestro caso, haciendo uso de la citada propiedad, tenemos que la función de transferencia vale:

$$H(z) = 2z^{-1}\frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}$$

Para hallar la ecuación en diferencias que representa al sistema, volvemos a hacer uso de la misma propiedad pero en sentido inverso, y recordamos que $H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$

Y(z) – ½ $z^{-1}$Y(z)= 2 $z^{-1}$ X(z) ↔ y[n] -1/2 y[n-1] = 2 x[n-1]

Fuente: enunciados correspondientes a exámenes de diferentes años de la Universidad Politécnica de Valencia.



TODO UN EQUIPO PARA AYUDARTE A APROBAR
VALENCIA C/ RAMÓN LLULL, 19 - BAJO · TEL.: 96 339 25 49
BURJASSOT TEL.: 96 363 76 62 · C/ PASSEIG DE RAJOLAR, 6