EXAMEN DE I.O. Y MÉTODOS DE CÁLCULO LOGÍSTICO

SEPTIEMBRE-2006

(EJERCICIOS CORRESPONDIENTES AL 1º PARCIAL)

1º Considera un problema de programación lineal con una función objetivo a maximizar y su solución óptima. En la solución óptima cada variable puede tomar un valor entero (sin decimales) o un valor con decimales. Supón ahora que localizamos la solución óptima del mismo problema, pero con la restricción de que todos los valores de la solución deben ser números enteros. ¿La función objetivo evaluada en la solución entera valdrá más o menos que al ser evaluada sobre la solución original? Contesta a la cuestión de forma razonada.

2º Resuelve el siguiente problema de programación lineal indicando razonadamente si existe una única solución, múltiples o es no acotado.

$$\begin{aligned} \text{Max } & 36x_1 + 30x_2 - 3x_3 - 4x_4 \\ \text{s.a } & x_1 + x_2 - x_3 \le 5 \\ & 6x_1 + 5x_2 - x_4 \le 10 \\ & x_i \ge 0 \end{aligned}$$

3º La siguiente tabla muestra el resultado parcial de localizar la ruta más corta entre los cinco puntos de distribución de una empresa. En concreto esta tabla se ha obtenido tras fijar por el algoritmo de Floid-Warshall la cuarta fila y columna. Termina el algoritmo (queda una iteración) y determina el coste óptimo de ir del almacén 4 al 3 como la ruta a seguir.

6/3	6/1	3/1	4/1	1/1
6/2	4/1	4/2	2/2	1/2
3/3	4/1	4/2	2/3	1/3
4/4	2/1	2/2	4/2	1/4
1/5	1/5	1/5	1/5	2/1

VALENCIA C/ RAMÓN LLULL, 19 - BAJO · TEL.: 96 339 25 49
TODO UN EQUIPO PARA AYUDARTE A APROBAR
BURJASSOT TEL.: 96 363 76 62 · C/ PASSEIG DE RAJOLAR, 6

EXAMEN DE I.O. Y MÉTODOS DE CÁLCULO LOGÍSTICO

SEPTIEMBRE-2006

(EJERCICIOS CORRESPONDIENTES AL 1º PARCIAL)

RESOLUCIÓN

1º Considera un problema de programación lineal con una función objetivo a maximizar y su solución óptima. En la solución óptima cada variable puede tomar un valor entero (sin decimales) o un valor con decimales. Supón ahora que localizamos la solución óptima del mismo problema, pero con la restricción de que todos los valores de la solución deben ser números enteros. ¿La función objetivo evaluada en la solución entera valdrá más o menos que al ser evaluada sobre la solución original? Contesta a la cuestión de forma razonada.

Solución:

La solución evaluada en la solución entera valdrá menos (o igual) que la evaluada en la solución original, ya que añadimos una restricción y, por tanto, eliminamos posibles valores que darían valores más altos a la función objetivo.

VALENCIA C/ RAMÓN LLULL, 19 - BAJO · TEL.: 96 339 25 49
TODO UN EQUIPO PARA AYUDARTE A APROBAR
BURJASSOT TEL.: 96 363 76 62 · C/ PASSEIG DE RAJOLAR, 6

2º Resuelve el siguiente problema de programación lineal indicando razonadamente si existe una única solución, múltiples o es no acotado.

$$\begin{array}{ll} \text{Max} & 36x_1 + 30x_2 - 3x_3 - 4x_4 \\ \text{s.a} & x_1 + x_2 - x_3 \leq 5 \\ & 6x_1 + 5x_2 - x_4 \leq 10 \\ & x_i \geq 0 \end{array}$$

Solución:

Primero, construimos el problema estandarizado.

$$\begin{array}{ll} Max & 36x_1 + 30x_2 - 3x_3 - 4x_4 \\ s.a & x_1 + x_2 - x_3 + x_5^b = 5 \\ & 6x_1 + 5x_2 - x_4 + x_6^b = 10 \\ & x_i \geq 0 \end{array}$$

FO	36	30	-3	-4	0	0	
F1	1	1	-1	0	1	0	5
F2	6	5	0	-1	0	1	10
FO’	0	0	-3	2	0	-6	-60
F1’	0	1/6	-1	1/6	1	-1/6	10/3
F2’	1	5/6	0	-1/6	0	1/6	5/3
FO”	0	-2	9	0	-12	-4	-100
F1”	0	1	-6	1	6	-1	20
F2”	1	1	-1	0	1	0	5

Problema no acotado.

La variable x_3 tiene coeficiente positivo en la FO y coeficientes negativos en las restricciones.

TODO UN EQUIPO PARA AYUDARTE A APROBAR

VALENCIA
C/ RAMÓN LLULL, 19 - BAJO · TEL.: 96 339 25 49

BURJASSOT
TEL.: 96 363 76 62 · C/ PASSEIG DE RAJOLAR, 6

3º La siguiente tabla muestra el resultado parcial de localizar la ruta más corta entre los cinco puntos de distribución de una empresa. En concreto esta tabla se ha obtenido tras fijar por el algoritmo de Floid-Warshall la cuarta fila y columna. Termina el algoritmo (queda una iteración) y determina el coste óptimo de ir del almacén 4 al 3 como la ruta a seguir.

6/3	6/1	3/1	4/1	1/1
6/2	4/1	4/2	2/2	1/2
3/3	4/1	4/2	2/3	1/3
4/4	2/1	2/2	4/2	1/4
1/5	1/5	1/5	1/5	2/1

Solución:

Última iteración:

2/5	*2/5*	*2/5*	*2/5*	*1/1*
2/5	*2/5*	*2/5*	*2/2*	*1/2*
2/5	*2/5*	*2/5*	*2/3*	*1/3*
2/5	*2/1*	*2/2*	*2/5*	*1/4*
1/5	*1/5*	*1/5*	*1/5*	*2/1*

Ruta del nodo 4 al nodo 3: $4 \rightarrow 5 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ *Coste: 2*

TODO UN EQUIPO PARA AYUDARTE A APROBAR
VALENCIA
C/ RAMÓN LLULL, 19 - BAJO · TEL.: 96 339 25 49
BURJASSOT
TEL.: 96 363 76 62 · C/ PASSEIG DE RAJOLAR, 6

EXAMEN DE I.O. Y MÉTODOS DE CÁLCULO LOGÍSTICO

JUNIO-2006

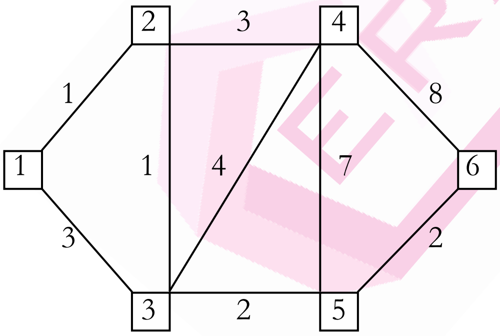
(EJERCICIOS CORRESPONDIENTES AL 1º PARCIAL)

1º Considerando los problemas de programación lineal, ¿por qué sólo cuando aparecen restricciones del tipo "igual" o "mayor o igual" puede darse la situación de que el problema no tenga solución?

2º Resuelve el siguiente problema de programación lineal razonando si existe una única solución, múltiples o es no acotado. En el primer caso di cuánto vale cada variable del problema en el óptimo así como la función objetivo; en el segundo caso da dos soluciones distintas, diciendo también cuánto valen para cada una de ellas las variables del problema así como la función objetivo.

$$
\begin{array}{ll}
\text{Max} & x_1 + 2x_2 + 3x_3 \\
\text{s.a} & \qquad x_2 + x_3 \leq 20 \\
 & -x_1 - 2x_2 + 3x_3 \leq 12 \\
 & x_i \geq 0
\end{array}
$$

3º Calcula la ruta más corta entre los vértices 1 y 6 aplicando el algoritmo de Dijkstra.



VALENCIA
C/ RAMÓN LLULL, 19 - BAJO · TEL.: 96 339 25 49
TODO UN EQUIPO PARA AYUDARTE A APROBAR
BURJASSOT
TEL.: 96 363 76 62 · C/ PASSEIG DE RAJOLAR, 6

EXAMEN DE I.O. Y MÉTODOS DE CÁLCULO LOGÍSTICO
JUNIO-2006
(EJERCICIOS CORRESPONDIENTES AL 1º PARCIAL)
RESOLUCIÓN

1º Considerando los problemas de programación lineal, ¿por qué sólo cuando aparecen restricciones del tipo "igual" o "mayor o igual" puede darse la situación de que el problema no tenga solución?

Solución:

Para que un problema de PL no tenga solución ha de ocurrir que, al finalizar el método del Simplex, haya quedado variables artificiales en la solución óptima.
Pero, las variables artificiales se introducen sólo en el caso de existir restricciones del tipo "igual" o "mayor o igual" al estandarizar el problema de PL. Ya que, en estos casos, o bien no se introducen variables de holgura o bien éstas se introducen con signo negativo.
Por tanto, es sólo en estos casos (los que necesitan introducir variables artificiales) en los que es posible que el problema no tenga solución.

VALENCIA
C/ RAMÓN LLULL, 19 - BAJO · TEL.: 96 339 25 49
TODO UN EQUIPO PARA AYUDARTE A APROBAR
BURJASSOT
TEL.: 96 363 76 62 · C/ PASSEIG DE RAJOLAR, 6

2º Resuelve el siguiente problema de programación lineal razonando si existe una única solución, múltiples o es no acotado. En el primer caso di cuánto vale cada variable del problema en el óptimo así como la función objetivo; en el segundo caso da dos soluciones distintas, diciendo también cuánto valen para cada una de ellas las variables del problema así como la función objetivo.

$$\begin{aligned} \text{Max } & x_1 + 2x_2 + 3x_3 \\ \text{s.a } & x_2 + x_3 \leq 20 \\ & -x_1 - 2x_2 + 3x_3 \leq 12 \\ & x_i \geq 0 \end{aligned}$$

Solución:

Primero, construimos el problema estandarizado.

$$\begin{aligned} \text{Max } & x_1 + 2x_2 + 3x_3 \\ \text{s.a } & x_2 + x_3 + x_4^h = 20 \\ & -x_1 - 2x_2 +- x_3 + x_5^h = 12 \\ & x_i \geq 0 \end{aligned}$$

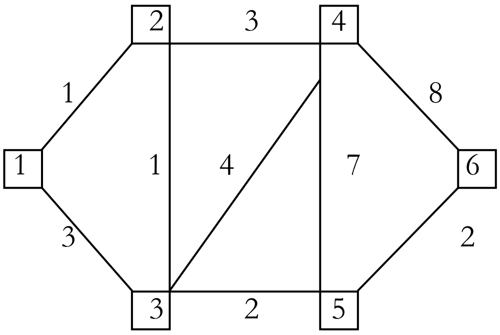
FO	1	2	3	0	0	
F1	0	1	1	1	0	20
F2	-1	-2	3	0	1	12
FO'	2	4	0	0	-1	-12
F1'	1/3	5/3	0	1	-1/3	16
F2'	-1/3	-2/3	1	0	1/3	4
FO''	6/5	0	0	-12/5	-1/5	-252/5
F1''	1/5	1	0	3/5	-1/5	48/5
F2''	-1/5	0	1	2/5	1/5	52/5
FO	0	-6	0	-6	1	-108
F1	1	5	0	3	-1	48
F2	0	1	1	1	0	20

Problema no acotado.

La variable x_5^h tiene coeficiente positivo en la FO y coeficientes negativos en las restricciones.

VALENCIA C/ RAMÓN LLULL, 19 - BAJO · TEL.: 96 339 25 49
TODO UN EQUIPO PARA AYUDARTE A APROBAR
BURJASSOT TEL.: 96 363 76 62 · C/ PASSEIG DE RAJOLAR, 6

3º Calcula la ruta más corta entre los vértices 1 y 6 aplicando el algoritmo de Dijkstra.



Solución:

	1	2	3	5	4
G(k)-{N-P}	2,3	3,4	4,5	4,6	6
u_2	1	1	1	1	1
u_3	3	max(3,1+1)=2	2	2	2
u_4	∞	max(∞,1+3)=4	max(4,2+4)=4	max(4,4+7)=4	4
u_5	∞	∞	max(∞,2+2)=4	4	4
u_6	∞	∞	∞	max(∞,4+2)=6	max(6,4+8)=6
r_2	1	1	1	1	1
r_3	1	2	2	2	2
r_4	-	2	2	2	2
r_5	-	-	3	3	3
r_6	-	-	-	5	5
P	1	1,2	1,2,3	1,2,3,5	1,2,3,5,4

Ruta óptima: 1 → 2 → 3 → 5 *Coste: 6*

Fuente: enunciados correspondientes a exámenes de diferentes años de ESIC Valencia.

TODO UN EQUIPO PARA AYUDARTE A APROBAR
VALENCIA
C/ Ramón Llull, 19 - Bajo · TEL.: 96 339 25 49
BURJASSOT
TEL.: 96 363 76 62 · C/ Passeig de Rajolar, 6